

Z88TINY

*für Taschenrechner TI89/V200 von Texas
Instruments. Eine auf Stäbe und Balken
beschränkte Version von*

Z88[®]

*Verfaßt und herausgegeben von
Univ.Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg
Lehrstuhl Konstruktionslehre und CAD
Universität Bayreuth*

Alle Rechte bleiben beim Verfasser

Z88TINY Version 1.0 November 2006

Z88 ist eine eingetragene Marke (Nr. 397 40 245) für Univ.Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg

INHALTSVERZEICHNIS

1 DAS FINITE-ELEMENTE PROGRAMM Z88TINY	3
3.1 GRENZEN	5
3.2 HARDWARE	5
2 DER Z88TINY SOLVER	5
3 EINGABEDATEIEN	6
3.1 ALLGEMEINE STRUKTURDATEN Z88I1.TXT	6
3.2 RANDBEDINGUNGEN Z88I2.TXT	8
4 DIE ELEMENTTYPEN	8
4.1 BALKEN NR.2 MIT 2 KNOTEN IM RAUM	8
4.2 STAB NR.4 IM RAUM	9
4.3 WELLE NR.5 MIT 2 KNOTEN	10
4.4 STAB NR.9 IN DER EBENE	10
4.5 BALKEN NR.13 IN DER EBENE	11
5 BEISPIELE	11
5.1 EBENES FACHWERK AUS STÄBEN NR.9	11
5.1.1 EINGABEN	12
5.1.2 AUSGABEN	13
5.2 KRANTRÄGER AUS STÄBEN NR.4	13
5.2.1 EINGABEN	14
5.2.2 AUSGABEN	15
5.3 GETRIEBEWELLE MIT WELLE NR.5	15
5.3.1 EINGABEN	16
5.2.2 AUSGABEN	17
5.4 BIEGETRÄGER MIT BALKEN NR.13	17
5.4.1 EINGABEN	18
5.2.2 AUSGABEN	19
5.5 RÄUMLICHER TRÄGER MIT BALKEN NR.2	19
5.6 EBENER GEMISCHTVERBAND: BALKEN NR.13, STAB NR.9	20

Z88TINY ist ein kleines und schnelles Hilfsprogramm für die Vorlesungen und Übungen sowie das Hanser Lehrbuch *Decker Maschinenelemente*. Für statisch bestimmte Balken mit zwei Lagern empfehlen wir unser Programm **XBIEGE**, für komplizierte, beliebig gestützte Durchlaufträger, auch mit federnden Auflagern und Gerbergelenken unser Reduktionsprogramm **XBALKEN**.

Z88TINY setzt Grundkenntnisse der Finite Elemente Analyse voraus. Als Literatur verweisen wir auf das Hanser Lehrbuch *Decker Maschinenelemente, 16. Auflage* (erscheint im Frühjahr 2007) und das Hanser Fachbuch *Rieg/Hackenschmidt: Finite Elemente Analyse für Ingenieure, 2. Auflage*. Für (große) Kontinuumstrukturen empfehlen wir unser OpenSource FEA-Programm **Z88**[®] für Windows und UNIX, das Sie zusammen mit dem 200-seitigen Handbuch problemlos aus dem Internet downloaden können.

Univ.Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg
Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD
Fakultät für Angewandte Naturwissenschaften
Universität Bayreuth
frank.rieg@uni-bayreuth.de
www.uni-bayreuth.de/departments/konstruktionslehre

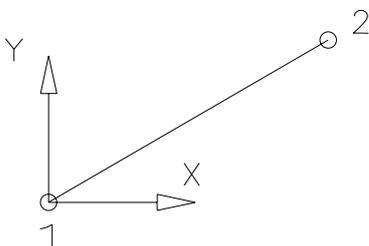
Die Z88-Homepage: www.z88.de www.z88.org

1 DAS FINITE-ELEMENTE PROGRAMM Z88TINY

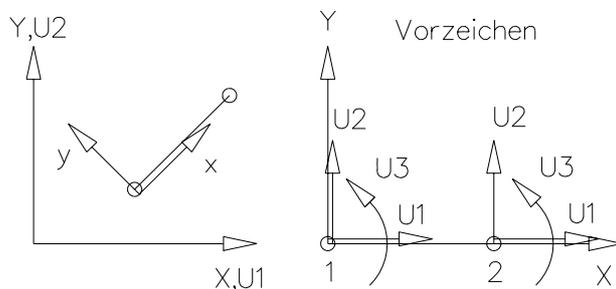
Dies ist eine für den Taschenrechnereinsatz beschränkte Version des bekannten Finite Elemente Analyse Programms Z88 für Windows und UNIX. Während Z88 zur Zeit 20 verschiedene Elementtypen von Stäben, Balken, Platten, Scheiben, Toruselementen bis hin zu 20-Knoten Hexaedern aufweist und die bisher größte bei uns am Lehrstuhl berechnete Kontinuumstruktur 2,5 Mio. Freiheitsgrade aufwies, enthält diese Miniversion nur Stäbe und Balken in der Ebene und im Raum. Damit können Fachwerke und Getriebewellen mit räumlichen Kraftangriffen schnell und sicher berechnet werden. Diese Z88-Elemente sind eingebaut:

Zweidimensionale Probleme: Balken, Stäbe

Stab Nr.9

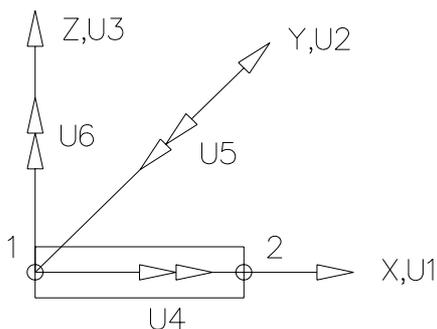


Balken Nr.13



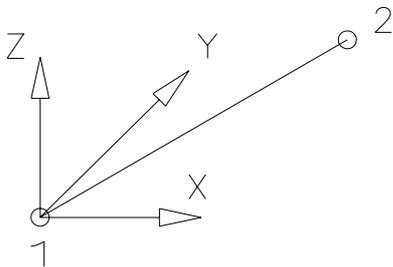
Axialsymmetrische Probleme: Wellen

Welle Nr.5

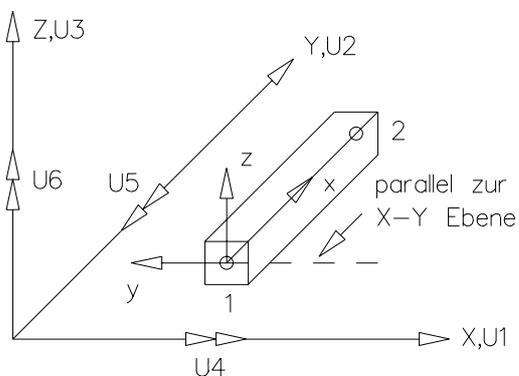


Räumliche Probleme:

Stab Nr.4



Balken Nr.2



Hinweis:

Die Z88- Eingabedateien heißen *grundsätzlich*

- Z88I1 Eingabedatei (Strukturdaten) für den FE-Prozessor Z88F
- Z88I2 Eingabedatei (Randbedingungen) für den FE-Prozessor Z88F

Die Z88- Ausgabedateien heißen *grundsätzlich*

- Z88O2 berechnete Verschiebungen
- Z88O4 berechnete Knotenkräfte

Diese Dateinamen werden von Z88TINY im gleichen Directory erwartet. Sie können also keine eigenen Namen für Datensätze vergeben. Aber natürlich können Sie nach den Rechenläufen diese Dateien nach Ihren Wünschen umbenennen und in anderen Directories speichern usw.

Erzeugung:

Sie schreiben die beiden Eingabedateien Z88I1 und Z88I2 (die genau das gleiche Format haben wie die Z88 Eingabedateien, aber ohne die Extension .TXT) mit der Anwendung **Text Editor** Ihres TIs. Vorsicht beim Import aus anderen Anwendungen oder vom PC – das funktioniert meist nicht sauber, weil die TI89 Textdateien zusätzliche, nicht sichtbare Einträge gegenüber reinen ASCII-Dateien haben.

3.1 GRENZEN

Im Gegensatz zu Z88, bei dem der Speicher dynamisch nach Benutzerwunsch angefordert wird, wird bei Z88TINY der Speicher statisch allokiert. Das bedeutet:

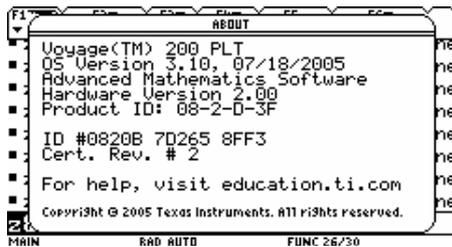
max. Anzahl Speicherplätze Gesamtsteifigkeitsmatrix:	3000
max. Anzahl Freiheitsgrade:	300
max. Anzahl Knoten:	100
max. Anzahl Stab- oder Balkenelemente:	100
max. Anzahl Elastizitätsgesetze:	20

3.2 HARDWARE

Z88TINY testeten wir auf:

- Texas Instruments TI 89 Titanium mit OS 3.01
- Texas Instruments Voyage 200 mit OS 3.10
- Texas Instruments TI 89 mit OS 2.09 und DoorsOS V0.95^{*)}
- Texas Instruments TI 92Plus mit OS 2.09 und DoorsOS V0.95^{*)}

Wie erfährt man seine Betriebssystem-Version? Nach *Home* gehen, *F1* > *About*



Wenn Sie eine derartige Meldung beim Start von Z88TINY bekommen: *ASAP or Exec string too long:* Spielen Sie ggf. eine neuere Betriebssystem-Version auf. Das gibt es im Internet unter www.ti.com > *Educational Technology & calculators* > *Downloads* > *Calculator Software Applications* > *Modell wählen*. Diese Datei mit dem PC-Programm TI Connect auf Ihren Rechner

spielen, vorher Ihre Userdaten und Anwendungen (auch die Flash Apps) sichern, weil beim Aufspielen eines Betriebssystems der gesamte RAM- und Flash-Speicher gelöscht wird!

^{*)} Auf manchen T89 und TI92 mit der Hardwareversion 1.00 läßt sich die Betriebssystemversion 3.01 oder höher nicht installieren. Sie benötigen dann die Software Doors OS, siehe www.ticalc.org. Laden Sie doorsos.9xz (TI92) bzw. doorsos.89z (TI89) auf Ihren Rechner und starten Sie es. Dann läuft Z88TINY.

2 DER Z88TINY SOLVER

HINWEIS: Immer ohne Ausnahme FE-Berechnungen mit analytischen Überschlagsrechnungen, Versuchsergebnissen, Plausibilitätsbetrachtungen und anderen Überprüfungen kontrollieren !

Dieser Solver arbeitet mit Skyline-Speicherung und einem *in-situ* Cholesky-Gleichungslöser. Er ist bewährt, sehr schnell und stabil für kleinere Strukturen. Die vornehmlichste Aufgabe jedes FE-Programms ist die Berechnung der Verschiebungen. Sie werden in die Datei Z88O2 geschrieben. Anschließend werden die Knotenkräfte zunächst elementweise berechnet. Greifen an einem Knoten mehrere Elemente an, so erhält man die gesamte Knotenkraft für diesen Knoten durch Addition der Knotenkräfte der angreifenden Elemente. Dies wird weiter unten in der Knotenkraftdatei Z88O4 ausgewiesen. Z88TINY kombiniert also die Z88-Module Z88F und Z88E. Eine Spannungsberechnung ist nicht vorgesehen.

3 EINGABEDATEIEN

3.1 ALLGEMEINE STRUKTURDATEN Z88II.TXT

1. Eingabegruppe, d.h. erste Zeile, enthält:

Dimension der Struktur (2 oder 3) [Long]
Anzahl Knoten der Struktur [Long]
Anzahl Elemente [Long]
Anzahl Freiheitsgrade [Long]
Anzahl Elastizitätsgesetze [Long]
Koordinatenflag KFLAG (0 oder 1) [Long]
Balkenflag IBFLAG (0 oder 1) [Long]
Plattenflag IPFLAG (immer 0) [Long]
Flächenlastflag IQFLAG (immer 0) [Long]

Alle Zahlen in eine Zeile schreiben, durch mindestens jeweils ein Leerzeichen trennen.

Erläuterung KFLAG:

Bei Eingabe von 0 werden die Koordinaten orthogonal- kartesisch erwartet, dagegen werden bei Eingabe von 1 Polar- oder Zylinderkoordinaten erwartet, die sodann in kartesische Koordinaten umgewandelt werden.

Erläuterung IBFLAG:

Wenn Balken Nr.2 oder Balken Nr.13 in der Struktur vorkommen, muß das Balkenflag zu 1 gesetzt werden, ansonsten muß es 0 sein.

Beispiel: Ein räumliches (Dimension=3) Fachwerk aus Stäben Nr.4 bestehe aus 20 Knoten, 54 gleichartigen Stäben (=1 Elastizitätsgesetz) und habe 60 Freiheitsgrade (20 Knoten x jeweils 3 Freiheitsgrade pro Knoten). Die Koordinaten werden kartesisch eingegeben (KFLAG=0), keine Balken (IBFLAG=0), Plattenflag und Flächenlastflag sind bei Z88TINY immer 0.

>Also: 3 20 54 60 1 0 0 0 0

2. Eingabegruppe, beginnend ab Zeile 2, enthält:

Koordinaten, für jeden Knoten eine Zeile.

Knotennummer, streng aufsteigend [Long]
Anzahl der Freiheitsgrade an diesem Knoten [Long]
X- oder, wenn KFLAG auf 1 gesetzt, R-Koord. [Double]
Y- oder, wenn KFLAG auf 1 gesetzt, PHI-Koord. [Double]
Z- oder, wenn KFLAG auf 1 gesetzt, Z-Koord. [Double]

Die Z- Angabe kann bei 2-dimensionalen Strukturen entfallen. Winkel PHI in rad.

Beispiel 1: Der Knoten Nr. 156 hat 2 Freiheitsgrade und die Koordinaten X= 45.3 und Y= 89.7

> Also: 156 2 45.3 89.7

Beispiel 2: Der Knoten Nr. 68 soll 6 Freiheitsgrade haben (ein Balken Typ Nr.2 ist angeschlossen) und Zylinderkoordinaten R= 100. , PHI= 0.7854 (entspricht 45°), Z= 56.87

> Also: 68 6 100. 0.7854 56.87

3. Eingabegruppe , beginnend nach letztem Knoten, enthält:

Koinzidenz, für jedes finite Element zwei Zeilen

1. Zeile:

Elementnummer, streng aufsteigend[Long]

Elementtyp (2, 4, 5, 9, 13) [Long]

Alle Zahlen in eine Zeile schreiben, durch mindestens jeweils ein Leerzeichen trennen.

2. Zeile: je nach Elementtyp

1. *Knotennummer für Koinzidenz* [Long]

2. *Knotennummer für Koinzidenz* [Long]

Alle Zahlen in eine Zeile schreiben, durch mindestens jeweils ein Leerzeichen trennen.

Beispiel: Ein Stab Nr.4 hat Elementnummer 23. Die Koinzidenz sei durch die globalen Knoten 14 und 8 (lokal sind das die Knoten 1 und 2) gegeben. > Also beide Zeilen:

23 4

14 8

4. Eingabegruppe, beginnend nach letztem Element, enthält:

Elastizitätsgesetze, 1 Zeile für jedes Elastizitätsgesetz.

Dieses E-Gesetz gilt ab Element- Nr. incl. [Long]

Dieses E-Gesetz gilt bis Element Nr. incl. [Long]

Elastizitäts-Modul [Double]

Querkontraktionszahl [Double]

Integrationsordnung (1 setzen) [Long]

Querschnittswert QPARA [Double]

... und wenn Balken definiert sind, zusätzlich:

Biegeträgheitsmoment um yy- Achse [Double]

max. Randfaserabstand von yy-Achse (0 setzen) [Double]

Biegeträgheitsmoment um zz- Achse [Double]

max. Randfaserabstand von zz-Achse (0 setzen) [Double]

Torsions-Trägheitsmoment [Double]

Torsionswiderstandsmoment (0 setzen) [Double]

Alle Zahlen in eine Zeile schreiben, durch mindestens jeweils ein Leerzeichen trennen.

Erläuterung Querschnittswert QPARA:

QPARA ist bei Stäben und Balken die Querschnittsfläche.

Beispiel: Die Struktur habe je 10 Stäbe Typ 9 (Elemente 1~5 und 15~20), Stahl mit Querschnittsfläche 500 und 10 Balken Nr.13 (Elemente 6 ~15), Stahl, Querschnittsfläche 800, Biegeträgheitsmoment 6000, Randfaserabstand 0 setzen.

> Also drei E-Gesetze, für jedes eine Zeile:

1 5 206000 0.3 1 500

6 14 206000 0.3 1 800 0 0 6000 0 0 0

16 20 206000 0.3 1 500

3.2 RANDBEDINGUNGEN Z88I2.TXT

1. Eingabegruppe, d.h. erste Zeile, enthält:

Anzahl der Randbedingungen/Belastungen [Long]

2. Eingabegruppe, beginnend ab 2. Zeile, enthält:

Randbedingungen und Belastungen. Für jede Randbedingung und für jede Belastung jeweils eine Zeile.

Knotennummer mit Randbedingung/Last [Long]

Jeweiliger Freiheitsgrad (1,2,3,4,5,6) [Long]

Steuerflag: 1 = Kraft vorgegeben [Long] oder 2 = Verschiebung vorgegeben [Long]

Größe der Last bzw. Verschiebung [Double]

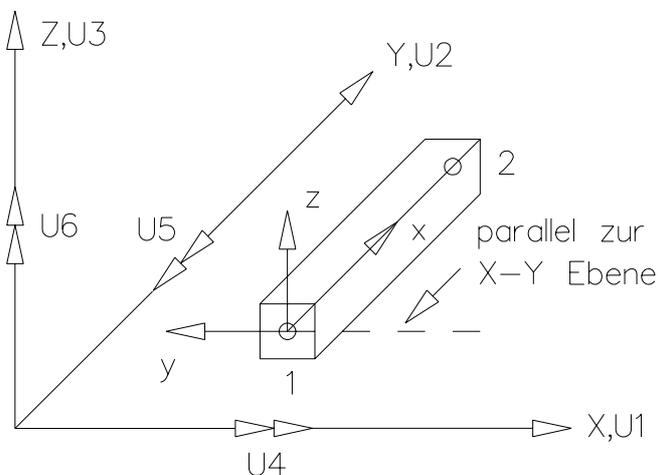
Beispiel: Der Knoten 1 soll an seinen 3 Freiheitsgraden jeweils gesperrt sein: feste Einspannung, am Knoten 3 wird eine Kraft von -1648 N aufgegeben in Y-Richtung (also FG 2), am Knoten 5 sollen die Freiheitsgrade 2 und 3 festgehalten werden. Das sind 6 Randbedingungen.

> Also:

```
6
1 1 2 0
1 2 2 0
1 3 2 0
3 2 1 -1648
5 2 2 0
5 3 2 0
```

4 DIE ELEMENTTYPEN

4.1 BALKEN NR.2 MIT 2 KNOTEN IM RAUM



Balkenelement mit beliebigem, aber symmetrischen Profil (keine schiefe Biegung) mit der Einschränkung, daß die lokale y-y Achse parallel zur globalen X-Y Ebene liegen muß. Die Profilwerte werden in Z88I1 bereitgestellt. So wird im Gegensatz zu anderen FE-Programmen eine Vielfalt von unterschiedlichen Balken-Subroutinen vermieden, womit doch nicht alle denkbaren symmetrischen Profile erfaßt werden können. Das Element ist im Rahmen der Bernoulli-Biegetheorie bzw. des Hooke'schen Gesetzes exakt, keine Näherungslösung wie bei den Kontinuumselementen.

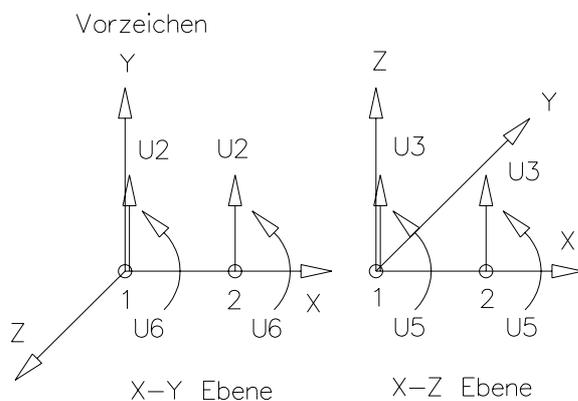
Eingabewerte:

Z88I1

- > *KFLAG* für Kartesische (0) bzw. Zylinderkoordinaten (1)
- > *Balkenflag IBFLAG* zu 1 setzen
- > *Knoten* mit je 6 Freiheitsgraden Achtung bei FG 5 (nicht Rechte-Hand-Regel), vgl. Skizze nächste Seite
- > *Elementtyp* ist 2
- > 2 *Knoten* pro Element

bei den Elastizitätsgesetzen:

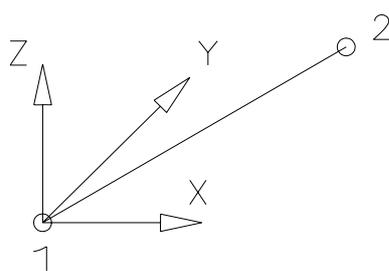
- > *Querschnittsfläche* QPARA
- > *Biege-Trägheitsmoment* RIYY um y-y Achse
- > *max. Randfaserabstand* EYY von y-y Achse
- > *Biege-Trägheitsmoment* RIZZ um z-z Achse
- > *max. Randfaserabstand* EZZ von z-z Achse
- > *Torsions-Trägheitsmoment* RIT
- > *Torsions-Widerstandsmoment* WT



Ausgaben:

Verschiebungen in X, Y und Z, Rotationen um X, Y und Z. Achtung bei FG 5 (nicht Rechte-Hand-Regel), vgl. Skizze unten
Knotenkräfte in X, Y, Z und
Knotenmomente um X, Y, Z, elementweise und knotenweise aufaddiert.

4.2 STAB NR.4 IM RAUM



Das Stabelement Nr.4 kann eine beliebige Lage im Raum einnehmen. Es gehört zu den einfachsten Elementen in Z88 und wird extrem schnell berechnet. Die Stabelemente sind exakt im Rahmen des Hooke'schen Gesetzes.

Eingabewerte:

Z88I1

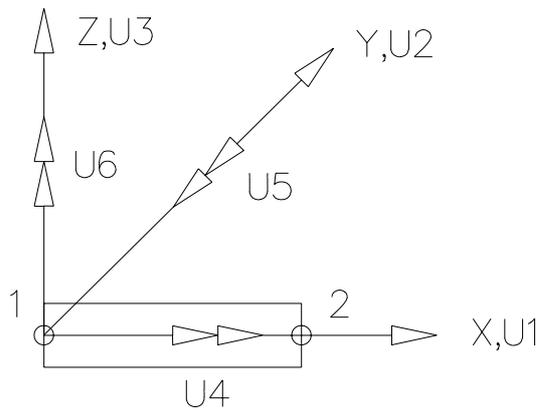
- > *KFLAG* für Kartesische (0) bzw. Zylinderkoordinaten (1)
- > *Knoten* mit je 3 Freiheitsgraden
- > *Elementtyp* ist 4
- > 2 *Knoten* pro Element
- > *Querschnittsparameter* QPARA ist die *Querschnittsfläche* des Stabes

Ausgaben:

Verschiebungen in X, Y und Z

Knotenkräfte in X, Y und Z, elementweise und knotenweise aufaddiert.

4.3 WELLE NR.5 MIT 2 KNOTEN

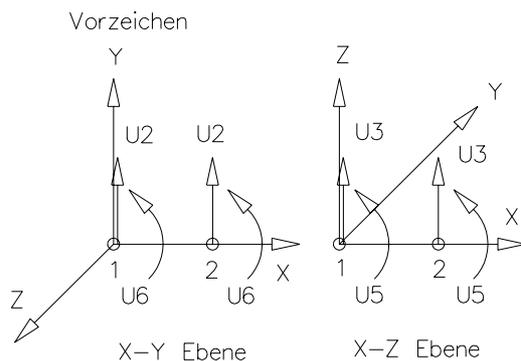


Das Wellenelement ist eine Vereinfachung des allgemeinen Balkenelementes Nr.2: Es wird von einem kreisförmigen Querschnitt ausgegangen, das Element liegt konzentrisch zur X-Achse, somit sind lokale und globale Koordinaten richtungsgleich. Dadurch werden Eingaben und Berechnungen stark vereinfacht. Wie beim Balkenelement sind die Ergebnisse im Rahmen der Bernoulli-Balkentheorie bzw. des Hooke'schen Gesetzes exakt und keine Näherungslösungen wie bei den Kontinuums-elementen.

Eingabewerte:

Z88I1

- > *KFLAG* auf 0 für Kartesische Koordinaten setzen
- > Knoten mit je 6 Freiheitsgraden. Achtung bei FG 5, vgl. Skizze
- > Elementtyp ist 5
- > 2 Knoten pro Element
- > Querschnittsparameter *QPARA* ist der Durchmesser des Wellenstücks

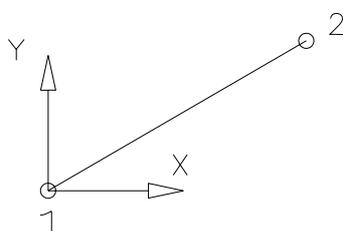


Ausgaben:

Verschiebungen in X, Y und Z, Rotationen um X, Y und Z, Achtung bei FG 5 (nicht Rechte-Hand-Regel), vgl. Skizze

Knotenkräfte in X, Y und Z, Knotenmomente um X, Y und Z, elementweise und knotenweise aufaddiert.

4.4 STAB NR.9 IN DER EBENE



Das Stabelement Nr.9 kann eine beliebige Lage in der Ebene einnehmen. Es ist das einfachste Element in Z88 und wird extrem schnell berechnet. Die Stabelemente sind exakt im Rahmen des Hooke'schen Gesetzes.

Eingabewerte:

Z88I1

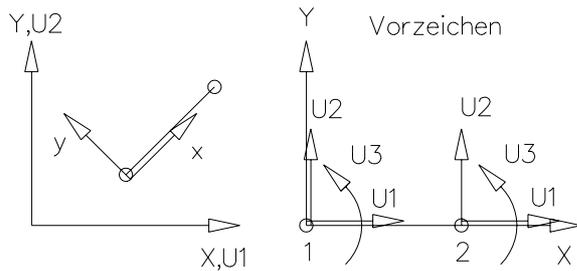
- > *KFLAG* für Kartesische (0) bzw. Polarkoordinaten (1)
- > Knoten mit je 2 Freiheitsgraden
- > Elementtyp ist 9
- > 2 Knoten pro Element
- > Querschnittsparameter *QPARA* ist die Querschnittsfläche des Stabes

Ausgaben:

Verschiebungen in X und Y

Knotenkräfte in X und Y, elementweise und knotenweise aufaddiert

4.5 BALKEN NR.13 IN DER EBENE



Balkenelement mit beliebigem, aber symmetrischen Profil. Die Profilwerte werden in Z88I1.TXT bereitgestellt. So wird im Gegensatz zu anderen FE-Programmen eine Vielfalt von unterschiedlichen Balken-Subroutinen vermieden, womit doch nicht alle denkbaren symmetrischen Profile erfaßt werden können. Das Element ist im Rahmen der Bernoulli-Biegetheorie bzw. des

Hooke'schen Gesetzes exakt, keine Näherungslösung wie bei den Kontinuumselementen.

Eingabewerte:

Z88I1

- > KFLAG für Kartesische (0) bzw. Polarkoordinaten (1)
- > IBFLAG muß 1 sein
- > Knoten mit je 3 Freiheitsgraden
- > Elementtyp ist 13
- > 2 Knoten pro Element

bei den Elastizitätsgesetzen:

- > Querschnittsfläche QPARA: Wert
- > Biege-Trägheitsmoment RIYY um y-y Achse: 0 einsetzen
- > max. Randfaserabstand EYY von y-y Achse: 0 einsetzen
- > Biege-Trägheitsmoment RIZZ um z-z Achse: Wert
- > max. Randfaserabstand EZZ von z-z Achse: 0 einsetzen
- > Torsions-Trägheitsmoment RIT: 0 einsetzen
- > Torsions-Widerstandsmoment WT: 0 einsetzen

Ausgaben:

Verschiebungen in X und Y, Rotationen um Z

Knotenkräfte in X, Y und Knotenmomente um Z, elementweise und knotenweise aufaddiert.

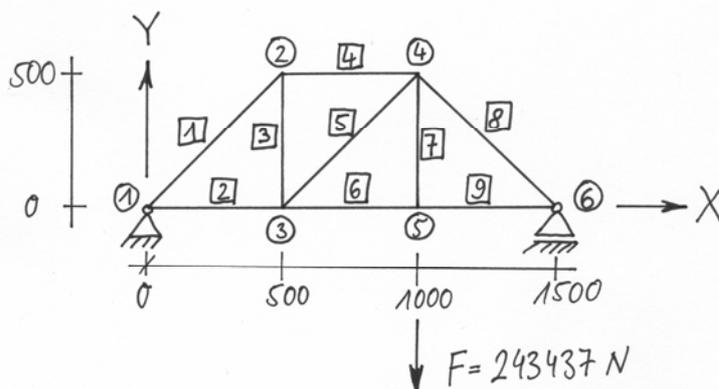
5 BEISPIELE

5.1 EBENES FACHWERK AUS STÄBEN NR.9

Die Beispieldateien im Text Editor aufrufen (*open*) und umkopieren (*F1 Save copy as*):

BG1I1 → Z88I1

BG1I2 → Z88I2



Sei $E = 200000 \text{ N/mm}^2$ und $A = 500 \text{ mm}^2$, die Absenkung f_0 unter der Last F soll 5 mm betragen, der Gitterabstand $a = 500 \text{ mm}$. Dieses Beispiel ist Gross/Schnell: Formel- und Aufgabensammlung zur Technischen Mechanik II, S.147 entnommen. Dort rechnet man analytisch:

$$F = \frac{9 \cdot E \cdot A \cdot f_0}{4(5 + 2\sqrt{2}) \cdot a} = \frac{9 \cdot 200000 \cdot 500 \cdot 5}{4(5 + 2\sqrt{2}) \cdot 500} = 243437 \text{ N}$$

Wenn wir also im Knoten 5 mit -243437N belasten, dann sollte die Vertikalverschiebung am Knoten 5 dann 5 mm ergeben.

Ihre Eingabedatei Z88I1 sollte wie folgt aussehen:

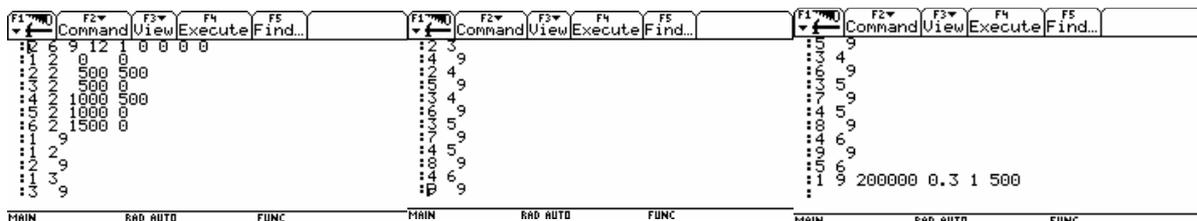
5.1.1 EINGABEN

```

2 6 9 12 1 0 0 0 0    (2-dimensional, 6 Knoten, 9 Elemente, 12 Freiheitsgrade, 1 E-Gesetz)
1 2 0 0              (Knoten 1 hat 2 Freiheitsgrade, X= 0, Y= 0)
2 2 500 500         (Knoten 2 hat 2 Freiheitsgrade, X= 500, Y= 500)
3 2 500 0           ....
4 2 1000 500
5 2 1000 0
6 2 1500 0          (Knoten 6 hat 2 Freiheitsgrade, X= 1500, Y= 0)
1 9                 (Element 1 ist ein Element vom Typ 9 = Stab in der Ebene )
1 2                 (und wird durch die Knoten 1 und 2 definiert)
2 9                 (Element 2 ist ein Element vom Typ 9 = Stab in der Ebene )
1 3                 (und wird durch die Knoten 1 und 3 definiert)
3 9                 ....
2 3
4 9
2 4
5 9
3 4
6 9
3 5
7 9
4 5
8 9
4 6
9 9                 (Element 9 ist ein Element vom Typ 9 = Stab in der Ebene )
5 6                 (und wird durch die Knoten 5 und 6 definiert)
1 9 200000 0.3 1 500 (dieses Elastizitätsgesetz gilt für die Elemente 1 bis 9: E= 200000,
                    nue= 0.3, Integrationsordnung ist 1 [hat keinen Einfluß], der
                    Querschnittsparameter, also die Fläche ist 500)

```

Dies sieht im **Text Editor** des Texas Instruments Calculators TI89 bzw. Voyage 200 so aus:



(im dritten Screenshot sind nur die letzten beiden Zeilen neu gegenüber dem 2. Screenshot)

Die Randbedingungsdatei Z88I2 sollte so aussehen:

```

4                 (insgesamt 4 Randbedingungen: 3 Lagerbedingungen, eine Belastung)
1 1 2 0          (Knoten 1, Freiheitsgrad 1 (=X): Verschiebung (=2) von 0 = gesperrt)
1 2 2 0          (Knoten 1, Freiheitsgrad 2 (=Y): Verschiebung (=2) von 0 = gesperrt)

```

5 2 1 -243437 (Knoten 5, Freiheitsgrad 2 (=Y): eine Last (=1) von -243437)
 6 2 2 0 (Knoten 6, Freiheitsgrad 2 (=Y): Verschiebung (=2) von 0 = gesperrt)

```

F1 Command F2 View F3 Execute F5 Find...
:4
:1 1 2 0
:1 2 2 0
:5 2 1 -243437
:6 2 2 0
:

```

Dies sieht im **Text Editor** des Texas Instruments Calculators TI89 bzw. Voyage 200 so aus:

Starten Sie Z88TINY.

```

MAIN RAD AUTO FUNC
5.1.2 AUSGABEN

```

```

F1 Command F2 View F3 Execute F5 Find...
:Uerschiebungen Z88TINY
:Knoten U(1) ~ U(6)
:1 0 0
:2 0.946699 -2.094272
:3 0.405728 -2.500001
:4 0.540971 -3.782817
:5 1.217185 -5.000002

```

Der Cholesky-Solver **Z88TINY** liefert folgende Ausgabefiles:

Z88O2: die berechneten Verschiebungen, die Lösung des FE-Problems:

```

MAIN RAD AUTO FUNC

```

```

F1 Command F2 View F3 Execute F5 Find...
:Knotenkraefte Z88TINY
:elementweise F(1)~F(6)
:Ele 1 Stab Nr.9
:Knoten F(1)~F(2)
:1 81145.666667 81145.666667
:2 -81145.666667 -81145.666667
:
:Ele 2 Stab Nr.9
:Knoten F(1)~F(2)
:1 -81145.666667 0
:3 81145.666667 0

```

Z88O4: die Knotenkräfte: zunächst die Knotenkräfte an jedem Stab – die inneren Kräfte...

```

MAIN RAD AUTO FUNC

```

```

F1 Command F2 View F3 Execute F5 Find...
:aufsummierte Knotenkraefte
:Knoten F(1)~F(6)
:1 -0.000000 81145.666667 0 0 0 0
:2 0.000000 -0.000000 0 0 0 0
:3 0.000000 -0.000000 0 0 0 0
:4 0.000000 -0.000000 0 0 0 0
:5 -0.000000 -243437 0 0 0 0

```

...dann die Knotensummen – das liefert die äußeren Kräfte. So ist F(2) am Knoten 1 die Lagerkraft in vertikaler Richtung am Festlager: 81.146 N

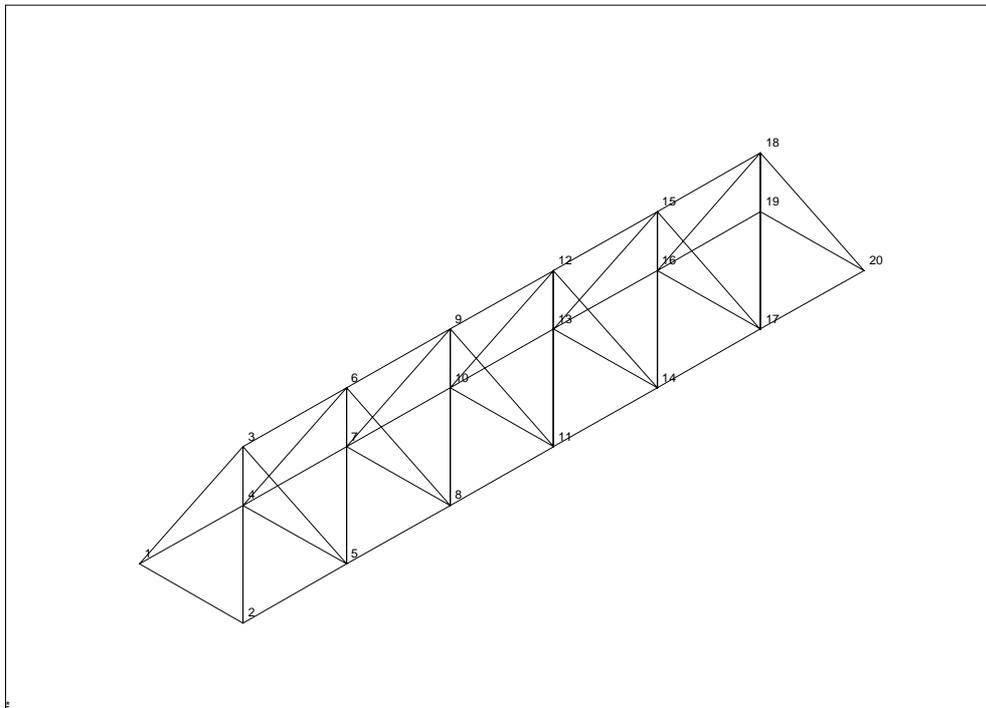
5.2 KRANTRÄGER AUS STÄBEN NR.4

Die Beispieldateien im Text Editor aufrufen (*open*) und umkopieren (*F1 Save copy as*):

- B2I1 → Z88I1
- B2I2 → Z88I2

Das Beispiel ist einfach und geradlinig: Ein Kranträger besteht aus 54 Stäben, 20 Knoten und bildet ein räumliches Fachwerk. Die Knoten 1, 2 und 19, 20 werden gelagert, die Knoten 7 und 8 werden mit je -30.000 N belastet. Die Gesamtlänge beträgt 12 m. Die Angaben in der Beispieldatei sind in mm, aber Angaben in m sind genauso möglich, wenn die übrigen

Angaben wie E-Modul und Querschnittsfläche sich ebenfalls auf m beziehen. Der E- Modul sei 200.000 N/mm^2 , Querkontraktionszahl ν 0.3, die Querschnittsfläche je 500 mm^2 . Dieses Beispiel ist dem sehr guten Buch Schwarz, H.R.: FORTRAN Programme zur Methode der Finiten Elemente. Teubner Verlag, Stuttgart 1984, entnommen.



5.2.1 EINGABEN

mit Text Editor:

Geben Sie per Editor die Strukturdaten Z88I1 (vgl. Abschnitt 3.1) ein:

```

3 20 54 60 1 0 0 0 0  (3-dim, 20 Knoten, 54 Ele, 60 FG, 1 E-Gesetz, Flags 0)
1 3 0 2000 0  (1. Knoten, 3 FG, X-, Y- und Z-Koordinate)
2 3 0 0 0  (2. Knoten, 3 FG, X-, Y- und Z-Koordinate)
3 3 1000 1000 2000
4 3 2000 2000 0
5 3 2000 0 0
.....
19 3 12000 2000 0
20 3 12000 0 0
1 4  (1. Element, Typ Stab Nr.4)
1 2  (Koinzidenz 1. Element)
2 4  (2. Ele, Typ Nr.4)
4 5  (Koinzidenz 2. Ele)
3 4
7 8
.....
54 4  (Elemente 4 ..53 hier nicht dargestellt)
17 19
1 54 200000 0.3 1 500  (E-Gesetz Ele 1 bis 54, E-Modul, nu, INTORD (beliebig),
QPARG ist die Querschnittsfläche der Stäbe)

```

Die Struktur soll an den Knoten 1, 2 und 19, 20 gelagert werden. Eine Last von je 30.000 N wird an den Knoten 7 und 8 angebracht. Die Last soll nach unten wirken, daher -30.000 N. Daher geben Sie das File der Randbedingungen Z88I2 (vgl. Abschnitt 3.2) ein:

```

10                               (10 Randbedingungen)
 1  2  2    0                    (Knoten 1, am FG 2 eine Verschiebung von 0)
 1  3  2    0                    (Knoten 1, am FG 3 eine Verschiebung von 0)
 2  1  2    0
 2  3  2    0
 7  3  1 -30000                  (Knoten 7, am FG 3 eine Kraft von -30000)
 8  3  1 -30000
19  1  2    0
19  3  2    0
20  2  2    0
20  3  2    0

```

Starten Sie Z88TINY.

5.2.2 AUSGABEN

Der Cholesky-Solver **Z88TINY** liefert folgende Ausgabefiles:

- **Z88O2** die berechneten Verschiebungen, die Lösung des FE- Problems.
- **Z88O4** die Knotenkräfte

Betrachten Sie sie mit dem Text Editor Ihres TI.

5.3 GETRIEBEWELLE MIT WELLE NR.5

Die Beispieldateien im Text Editor aufrufen (*open*) und umkopieren (*F1 Save copy as*):

```

B3I1 → Z88I1
B3I2 → Z88I2

```

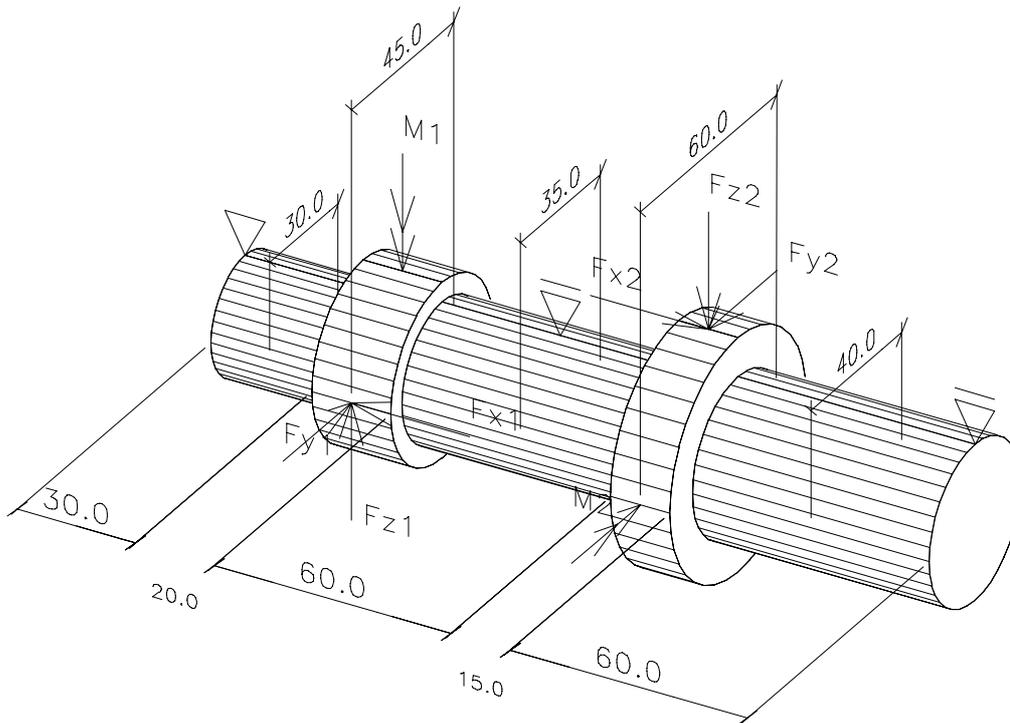
Aufgabe: Eine Getriebewelle besteht aus:

- Wellenabschnitt, $D=30$ mm, $L=30$ mm, Festlager am linken Ende
- Zahnrad 1, Teilkreis- $D=45$ mm, $L=20$ mm
- Wellenabschnitt, $D=35$, $L=60$ mm, Loslager in der Mitte
- Zahnrad 2, Teilkreis- $D=60$ mm, $L=15$ mm
- Wellenabschnitt, $D=40$ mm, $L=60$ mm, Loslager am rechten Ende

Für die Belastungen stellen wir uns die Welle körperlich mit folgendem Koordinatensystem vor: Schauen wir auf die Welle als Hauptansicht, dann sei der Ursprung am linken Wellenende, Wellenmitte. X läuft längs der Welle, Z nach oben, Y nach hinten.

- Am Zahnrad 1 wirken im (körperlichen) Punkt $X_1=40$, $Y_1=-22.5$, $Z_1=0$ folgende Zahnkräfte: $F_{x1}=-10.801$ N, $F_{y1}=6.809$ N, $F_{z1}=18.708$ N. Aus F_{x1} resultiert ein Biegemoment M_1 um die Z-Achse von -243.023 Nmm.

- Am Zahnrad 2 wirken im (körperlichen) Punkt $X_2= 117.5$, $Y_2= 0$, $Z_2= 30$ folgende Zahnkräfte: $F_{x2}= 8.101$ N, $F_{y2}= -14.031$ N, $F_{z2}= -5.107$ N Aus F_{x2} resultiert ein Biegemoment M_2 um die Y-Achse von 243.030 Nmm.
- Daher ergeben sich Belastungen in XY- und XZ-Ebene. Für die FE-Rechnung existieren die "körperlichen" Punkte natürlich nicht, denn ein Wellenelement besteht rechnerisch nur aus zwei Punkten längs der X-Achse. Die Y- und Z-Koordinaten sind immer 0.
- Die Welle wird in acht Wellenelemente Nr.5 unterteilt = 9 Knoten. Die Lagerung erfolgt in den Knoten 1,5 und 9. Am Knoten 1 wird zusätzlich der Freiheitsgrad 4 (der Torsionsfreiheitsgrad) gesperrt, um die Wellenverdrehung zwischen den beiden Zahnrädern rechnen zu können.



5.3.1 EINGABEN

mit Text Editor:

Geben Sie per Editor die Strukturdaten Z88I1 (vgl. Abschnitt 3.1) ein:

```

3 9 8 54 3 0 0 0 0 (3-dim, 9 Knoten, 8 Ele, 54 FG, 3 E-Gesetze, Flags 0)
1 6 0 0 0 (Knoten 1, 6 FG, X-, Y- und Z-Koordinate)
2 6 30 0 0 (Knoten 2, 6 FG, X-, Y- und Z-Koordinate)
3 6 40 0 0
4 6 50 0 0
5 6 80 0 0
6 6 110 0 0
7 6 117.5 0 0
8 6 125 0 0
9 6 185 0 0

1 5 (Element 1, Welle Nr.5)
1 2 (Koinzidenz Ele 1)
2 5 (Element 2, Typ 5)
2 3 (Koinzidenz Ele 2)

```

..... (Elemente 3 bis 7 hier ausgelassen)

8	5						
8	9						
1	3	206000	0.3	1	30	(E-Gesetz von Ele 1 bis 3, E, nue, QPARA= 30)	
4	6	206000	0.3	1	35	(E-Gesetz von Ele 3 bis 6, E, nue, QPARA= 35)	
7	7	206000	0.3	1	40	(E-Gesetz von Ele 7 bis 7, E, nue, QPARA= 40)	

Die Randbedingungen Z88I2:

18						(18 Randbedingungen)	
1	1	2	0			(Knoten 1, FG 1 (=X) gesperrt)	
1	2	2	0			(Knoten 1, FG 2 (=Y) gesperrt)	
1	3	2	0			(Knoten 1, FG 3 (=Z) gesperrt)	
1	4	2	0			(Knoten 1, FG 4 (=Torsion) gesperrt)	
3	1	1	-10801			(Knoten 3, FG 1 (=X), Kraft -10801 N)	
3	2	1	+6809			(Knoten 3, FG 2 (=Y), Kraft 6809 N)	
3	3	1	+18708			(Knoten 3, FG 3 (=Z), Kraft 18708 N)	
3	4	1	-420930			(Knoten 3, FG 4 (Torsion), Moment -420930 Nmm)	
3	6	1	-243023			(Knoten 3, FG 6 (Biegemoment um Z), Moment -243023 Nmm)	
5	2	2	0				
5	3	2	0				
7	1	1	+8101				
7	2	1	-14031				
7	3	1	-5107				
7	4	1	+420930				
7	5	1	-243030				
9	2	2	0				
9	3	2	0				

Starten Sie Z88TINY.

5.2.2 AUSGABEN

Der Cholesky-Solver **Z88TINY** liefert folgende Ausgabefiles:

- **Z88O2** die berechneten Verschiebungen, die Lösung des FE- Problems.
- **Z88O4** die Knotenkräfte

Betrachten Sie sie mit dem Text Editor Ihres TI.

5.4 BIEGETRÄGER MIT BALKEN NR.13

Die Beispieldateien im Text Editor aufrufen (*open*) und umkopieren (*F1 Save copy as*):

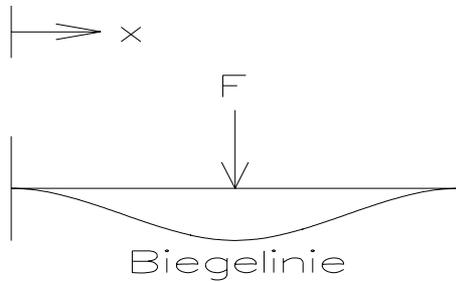
B4I1 → Z88I1
 B4I2 → Z88I2

Es wird ein beidseitig eingespannter Träger behandelt, der in der Mitte mit 1648 N nach unten belastet wird, vgl. *Dubbel*, Taschenbuch für den Maschinenbau, 15. Auflage, Springer 1986, S.201, Fall 6. Geometrie: Länge 1000 mm, Querschnitt Flach 50 x 10 mm. Damit ist: $A= 500 \text{ mm}^2$, $I_{zz}= 4167 \text{ mm}^4$, $e_{zz}= 5 \text{ mm}$.

Die Biegelinie hat Wendepunkte, daher nehmen wir 4 Balken Nr.13. Die Knoten 1 und 5 werden eingespannt, im Knoten 3 wird belastet.

Analytisch rechnet man:

- f in der Mitte : $F \cdot L^3 / (192 \cdot E \cdot I) = 10 \text{ mm}$
- f in den Wendepunkten : $f_w = f/2 = 5 \text{ mm}$
- Die Momente links, rechts, Mitte : $F \cdot L/8 = 206000 \text{ Nmm}$
- Die Neigung in den Wendepunkten : $\phi = \text{atan}(3 \cdot f/L) = 0.029991 \text{ rad}$



Bei der Auswertung von Z88O2 (Verschiebungen) und Z88O4 (Kräfte, Momente) die Vorzeichendefinitionen beachten (vgl. Abschnitt 4.13). Besonders Z88O4, Knoten 3: Die Kraft $F(2)$ = Kraft in Y ist die Summe aus den Einzelkräften der Elemente 2 und 3, weil äußere Last. Die Kraft $F(3)$ = Biegemoment ist nicht über Elemente 2 und 3 zu addieren, weil Schnittmoment, keine äußere Last! Auch die Vorzeichen für Last $F(3)$ am Knoten 1 und

$F(3)$ am Knoten 5 sind richtig, vgl. Abschnitt 4.13. In der Technischen Mechanik gelten t.w. andere Konventionen.

5.4.1 EINGABEN

An diesem Beispiel wird deutlich, daß bei einer FEA- Rechnung an allen Stellen, an denen man Ergebnisse haben möchte, definitiv Knoten vorhanden sein müssen. Da der Balken links und rechts "eingemauert" ist, stellt sich zwar in der Mitte bei $x = L/2$ die höchste Absenkung ein, jedoch hat die Biegelinie zusätzlich zwei Wendepunkte bei $x = L/4$ und bei $x = 3L/4$. Um an diesen Stellen Rechenergebnisse zu erhalten, ist die Struktur in 4 Balken Nr.13 aufzuteilen mit Knoten bei $x = 0$, $x = L/4$, $x = L/2$, $x = 3L/4$ und $x = L$.

So wird Z88I1:

```

2 5 4 15 1 0 1 0 0      (2-D, 5 Knoten, 4 Ele, 5 FG, 1 E-Gesetz, KFLAG 0, IBFLAG 1,
                          IPFLAG 0, IQFLAG 0)
1 3    0 0              (1.Knoten, 3 FG, X- und Y-Koordinate)
2 3  250 0
3 3  500 0
4 3  750 0
5 3 1000 0
1 13                    (1. Element, Typ Ebener Balken Nr.13)
1 2                    (Koinzidenz 1.Element)
2 13
2 3
3 13
3 4
4 13
4 5
1 4 206000 0.3 1 500 0 0 4167 5 0 0 (E-Gesetz Ele 1 bis 4, E-Modul, nue, INTORD
                                      (bel.), QPARA = Fläche,  $I_{xx}=0$ ,  $e_{xx}=0$ ,  $I_{zz}$ ,  $e_{zz}$ ,  $I_t=0$ ,  $W_t=0$ )

```

Bei den Randbedingungen wird der Knoten 1 in allen Freiheitsgraden gesperrt. Wichtig ist insbesondere die Verschiebung in X = Freiheitsgrad 1, damit die Struktur wirklich raumfest

wird. Am Knoten 5 genügt die Festlegung der Freiheitsgrade 2 (= Verschiebung in Y) und 3 (= Einspannmoment). Den X- Freiheitsgrad kann man, wenn man will, rechnerisch sperren. In der Praxis werden die Auflager so ausgeführt, daß der Träger zumindest in einem Auflager in X wegen Wärmedehnung schieben kann. Das ist in Z88I2 berücksichtigt.

Hier Z88I2:

6				(6 Randbedingungen)
1	1	2	0	(Knoten 1, am FG 1 eine Verschiebung von 0 = FG 1 gesperrt)
1	2	2	0	(Knoten 1, FG 2 gesperrt)
1	3	2	0	(Knoten 1, FG 3 gesperrt (Einspannmoment))
3	2	1	-1648	(Knoten 3, am FG 2 eine Kraft von -1648 N)
5	2	2	0	
5	3	2	0	

Starten Sie Z88TINY.

5.2.2 AUSGABEN

Der Cholesky-Solver **Z88TINY** liefert folgende Ausgabefiles:

- **Z8802** die berechneten Verschiebungen, die Lösung des FE- Problems.
- **Z8804** die Knotenkräfte

Betrachten Sie sie mit dem Text Editor Ihres TI.

Bei den Ergebnissen der Knotenkräfte ist zu beachten: Knoten 3: Die Kraft $F(2)$ = Kraft in Y ist die Summe aus den Einzelkräften der Elemente 2 und 3, weil äußere Last. Die Kraft $F(3)$ = Biegemoment ist nicht über Elemente 2 und 3 zu addieren, weil Schnittmoment, keine äußere Last ! Auch die Vorzeichen für Last $F(3)$ am Knoten 1 und $F(3)$ am Knoten 5 sind richtig, vgl. Abschnitt 4.13. In der Technischen Mechanik gelten t.w. andere Konventionen.

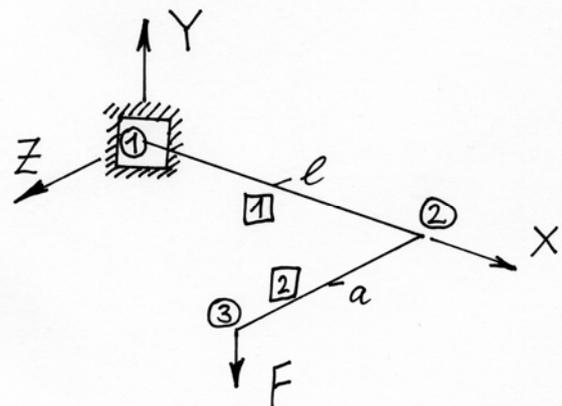
Zusatzbemerkung: Wie ersichtlich, sind solche einfachen Beispiele gut geeignet, um sich die Vorzeichendefinitionen klar zu machen. Experimentieren Sie mit diesem Beispiel und rechnen Sie andere Biegefälle aus *Dubbel* oder *Hütte*. Sinngemäß werden Balkenfachwerke etc. mit Balken Nr.2 berechnet. Dann muß aber eine echte räumliche Struktur vorliegen: Mindestens eine Z- Koordinate muß ungleich 0 sein.

5.5 RÄUMLICHER TRÄGER MIT BALKEN NR.2

Ein Träger, im Knoten 1 fest eingespannt, besteht aus einem Rundstab 1 mit 30 mm Durchmesser und er Länge $l = 500\text{mm}$ und einem im Knoten 2 angeschweißten Rundstab 2 mit 20 mm Durchmesser und der Länge $a = 300\text{mm}$. Im Knoten 3 wirke die Last $F = 300\text{ N}$.

Der E-Modul ist 200000 N/mm^2 , $\nu = 0,3$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{200000}{2(1+0,3)} = 76923\text{ N/mm}^2$$



Man berechnet folgende Hilfwerte:

$$A_1 = 707 \text{ mm} \quad A_2 = 314 \text{ mm}$$

$$I_{zz1} = 39761 \text{ mm}^4 \quad I_{zz2} = 7854 \text{ mm}^4$$

$$I_{T1} = 79522 \text{ mm}^4 \quad I_{T2} = 15708 \text{ mm}^4$$

Die Beispieldateien sind BSGH1 und BSGH2

Analytisch rechnet man:

$$f = F \left(\frac{l^3}{3EI_{zz1}} + \frac{a^3}{3EI_{zz2}} + \frac{a^2 l}{GI_{T1}} \right) = 300 \left(\frac{500^3}{3 \cdot 200000 \cdot 39761} + \frac{300^3}{3 \cdot 200000 \cdot 7854} + \frac{300^2 \cdot 500}{76923 \cdot 79522} \right) = 5,5 \text{ mm}$$

Dies ist Z88I1:

```

F1 Command F2 View F3 Execute F4 Find...
:3 2 18 2 0 1 0 0
:1 0 0 0 0 0
:2 500 0 0
:3 500 0 300
:1 1 2 2
:1 2 2 2
:2 2 2 2
:1 1 200000 0.3 1 707 39761 0 39761 0 7
9522 0
:2 2 200000 0.3 1 314 7854 0 7854 0 1
5708 0
MAIN RAD AUTO FUNC

```

Dies ist Z88I2:

```

F1 Command F2 View F3 Execute F4 Find...
:7
:1 1 2 0
:1 2 2 0
:1 3 2 0
:1 4 2 0
:1 5 2 0
:1 6 2 0
:3 2 1 -300
:
MAIN RAD AUTO FUNC

```

Dies ist Z88O2:

```

F1 Command F2 View F3 Execute F4 Find...
:Verschiebungen Z88TINY
:Knoten U(1) ~ U(6)
:1 0 0 0 0 0
:2 0 -1.571892 0 0.007356 0 -0.004716
:3 0 -5.497698 0 0.015951 0 -0.004716
:
MAIN RAD AUTO FUNC

```

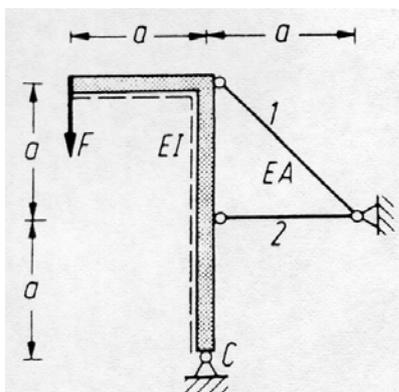
Dies ist Z88O4:

```

F1 Command F2 View F3 Execute F4 Find...
:Knotenkraefte Z88TINY
:elementweise F(1)~F(6)
:Ele 1 Balken Nr.2
:Knoten F(1)~F(6)
:1 0 300 0 -90000 0 150000
:2 0 -300 0 90000 0 -0.000000
:
:Ele 2 Balken Nr.2
:Knoten F(1)~F(6)
:2 0 300 0 -90000 0 0.000000
:3 0 -300 0 0.000000 0 -0.000000
:
MAIN RAD AUTO FUNC

```

5.6 EBENER GEMISCHTVERBAND: BALKEN NR.13, STAB NR.9



Dieses Beispiel ist Schnell/Gross/Hauger: Technische Mechanik 2, S.213 entnommen. Folgende Werte werden zugrunde gelegt:

$$F = 1000 \text{ N}, a = 500 \text{ mm},$$

$$A_{\text{Balken}} = 707 \text{ mm}^2, I_{\text{Balken}} = 39761 \text{ mm}^4$$

$$A_{\text{Stab}} = 314 \text{ mm}^2$$

Untersuchen Sie dazu die Eingabedateien B2SGH1 und B2SGH2. Beachten Sie, daß am Knoten 5 nur 2

Freiheitsgrade vorhanden sind. Analytisch rechnet man:

$$S_1 = \frac{5\sqrt{2}\kappa + 12(\sqrt{2} + 1)}{4\kappa + 12(\sqrt{2} + 2)} = 1762 \text{ N}, S_2 = \frac{-6\kappa + 12\sqrt{2}}{4\kappa + 12(\sqrt{2} + 2)} = -1490 \text{ N}, \text{ mit } \kappa = \frac{EAa^2}{EI}$$