

# Serie Exponencial de Fourier

Realizado Por CosmeFulanito04

Version 3.0b

## Instalación:

Mandar directamente a la calculadora el archivo sfexp.\* este creara automáticamente la carpeta "sfexp".

Por ultimo mandar el archivo imprimir.\* v3.0, cuyo peso es de 990 bytes. En caso de tener una versión anterior, borrarla completamente e instalar esta versión.

## Como ejecutar el programa:

Existen dos formas de ejecutar el programa:

- Ir a home y colocar "sfexp\sfxep ()" y apretar Enter, aparecerá el menú con los contenidos.
- Ir a home, entrar al menú Var-Link tocando 2<sup>nd</sup> + "-" y seleccionar la variable física dentro de la carpeta con el mismo nombre y tocar Enter, nuevamente en Home tendremos "sfexp\sfxep (" completar el paréntesis restante ")" y apretar Enter, aparecerá el menú con los contenidos. (Método Rápido).

## Características:

El programa hallara la serie exponencial de fourier de la función que el usuario haya ingresado, permitiendo guardar los resultados parciales en home. Se podrán trabajar valores tanto simbólicos como numéricos.

## Funcionamiento del programa:

Se utilizo la siguiente formula para hallar el valor de  $C_n$ :

$$C_n = \frac{1}{T} \cdot \int_A^B f_1(t) \cdot e^{-i \cdot n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t} \cdot dt$$

Con los valores hallados en  $C_n$ , el programa tratara de buscar los posibles “n” que generen una indeterminación en  $C_n$ . Una vez encontrado esos valores, se realiza la integral para ese único valor de “n”:

$$C_{no} = \frac{1}{T} \cdot \int_A^B f_1(t) \cdot e^{-i \cdot no \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t} \cdot dt$$

Con los valores hallados, se forma la Serie Exponencial de Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot e^{i \cdot n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t} + C_{no} \cdot e^{i \cdot no \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t}$$

Para hallar los valores de  $A_n$ ,  $B_n$  y  $C_n$ , el programa utiliza este pasaje:

$$C_{n+} = \frac{1}{2} \cdot (A_n - i \cdot B_n)$$

$$\frac{A_0}{2} = \frac{1}{T} \cdot \int_A^B f_1(t) \cdot e^{-i \cdot 0 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t} \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_A^B f_1(t) \cdot dt$$

$$A_n = 2 \cdot \text{real}(C_n)$$

$$B_n = -2 \cdot \text{imag}(C_n)$$

Para encontrar las indeterminaciones en la Serie Trigonométrica, se tomo los valores de indeterminación de  $C_n$ , de aquellas “n” que sean mayor o igual 1, y a esas indeterminaciones se las transformo usando las mismas formulas anteriores:

$$A_{n0} = 2 \cdot \text{real}(C_n) \Leftrightarrow n_0 \geq 1$$

$$B_{n0} = -2 \cdot \text{imag}(C_n) \Leftrightarrow n_0 \geq 1$$

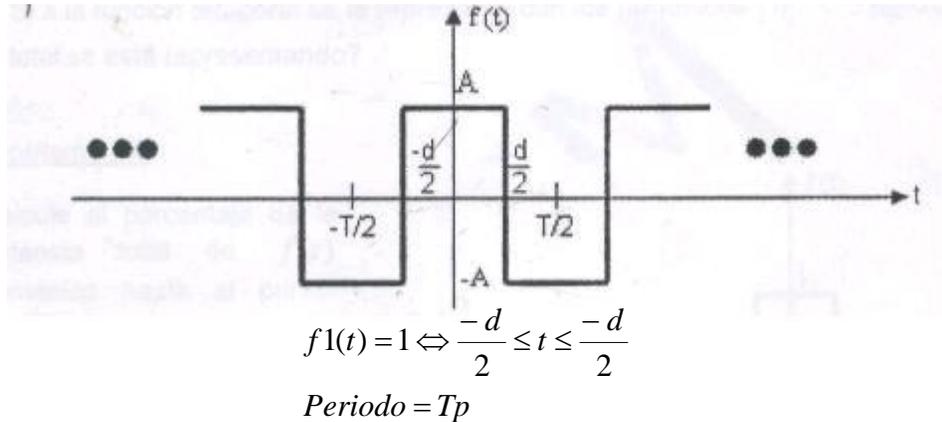
A partir de todos estos datos, se logra formar la Serie Trigonométrica de Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) + B_n \cdot \sin\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \right) + A_{n0} \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t\right) + A_{n0} \cdot \sin\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

## Método de uso:

A continuación se mostraran varios ejemplos de cómo debe usarse el programa:

1- Hallar la serie de fourier de la siguiente función:



En este caso nuestra función será la siguiente:

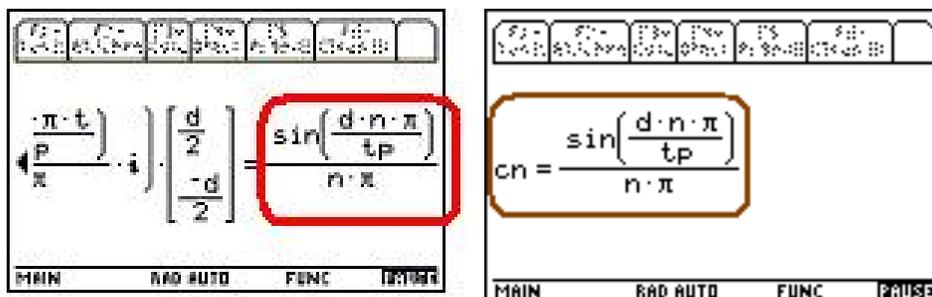
El ingreso deberá ser este:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Numero de Funciones y Periodo					
NB: 1					
Periodo: Tp					
Resultado Parciales <input checked="" type="checkbox"/>					
Enter=OK			ESC=CANCEL		
sfexp\sfexp()					
USE ← AND → TO OPEN CHOICES					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Ingreso de Funciones					
f1(t): 1					
Desde: -d/2					
Hasta: d/2					
Enter=OK			ESC=CANCEL		
sfexp\sfexp()					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 0/30	

Si colocamos la opción “Si” en Resultados parciales, se guardaran los resultados parciales en Home. En caso de colocar “No”, no se guardaran los resultados parciales en Home.

Una vez ingresado los datos correspondientes, el programa empezara a calcular la Serie Exponencial de Fourier. Arrojando estos resultados:

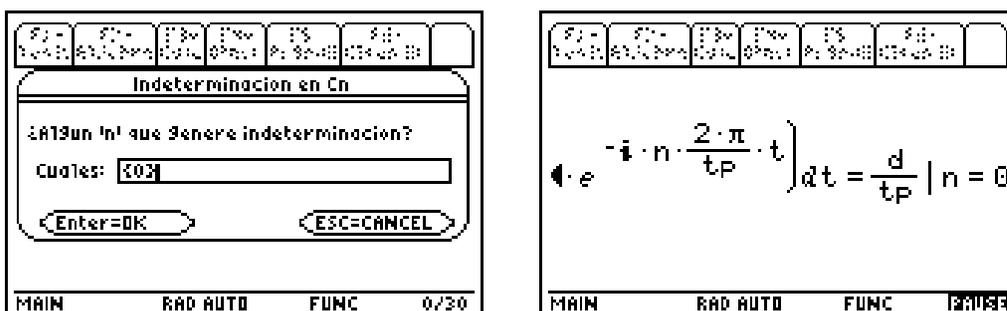


Tanto el resultado en rojo, como el resultado en marrón son  $C_n$ , la diferencia radica en que el  $C_n$  marrón estará simplificado (no en este caso). Pero es importante tener en cuenta que a la hora de buscar indeterminaciones lo ideal es buscarlo en el  $C_n$  rojo, ya que en una posible simplificación se pierda una indeterminación.

Una vez mostrados los  $C_n$ , se le preguntara al usuario si encontró alguna posible indeterminación además de las halladas por el programa. En este caso vemos que  $C_n$  puede escribirse de la siguiente forma:

$$C_n = \frac{d}{T_p} \cdot \text{sinc}\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{T_p}\right)$$

El usuario no tendría ninguna indeterminación, ya que la función “sinc” en  $n=0$  vale  $d/T_p$ . Pero igual el usuario podría dudar y colocar como indeterminación en  $n=0$  quedando el resultado de esta forma (el programa sí lo tomara como indeterminación):



Como vemos la indeterminación da exactamente el valor que toma la función “sinc” en  $n=0$ , por lo que en este caso es lo mismo hallar o no la indeterminación, pero esto no sucede en todos los casos, como ya veremos en los próximos ejemplos.

El resultado de la Serie Exponencial de Fourier es:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\sin\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{t_p}\right)}{n \cdot \pi} \right) \cdot e^{i \cdot \frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot t}{t_p}}$$

$$\left( \frac{\sin\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{t_p}\right)}{n \cdot \pi} \right) \cdot e^{i \cdot \frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot t}{t_p}} + \frac{d}{t_p} \cdot e^{i \cdot 0 \cdot t}$$

En el resultado vemos que la indeterminación queda como una suma aparte de la sumatoria, donde en la misma “n” no podrá tomar el valor 0.

Con el resultado de la Serie Exponencial de Fourier, el programa es capaz de convertir el coeficiente  $C_n$  en los coeficientes  $A_n$ ,  $B_n$  y  $A_0$  de la Serie Trigonométrica de Fourier. El resultado final de la Serie Trigonométrica será:

$$a_n = \frac{2 \cdot \sin\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{t_p}\right)}{n \cdot \pi} \quad | \quad n \geq 1$$

$$b_n = 0 \quad | \quad n \geq 1$$

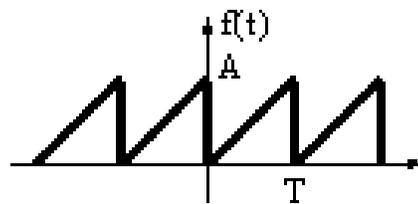
$$\frac{a_0}{2} = \frac{d}{t_p} \quad | \quad n = 0$$

$$f(t) = \frac{d}{t_p} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2 \cdot \sin\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{t_p}\right)}{n \cdot \pi} \right) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2 \cdot \pi \cdot t}{t_p}\right)$$

En este caso no hay ninguna indeterminación en la serie trigonométrica.

Usando esta configuración al salir del programa encontraremos en home los resultados parciales hallados.

2- Hallar la serie de fourier de la siguiente función:



En este caso nuestra función será la siguiente:

$$f_1(t) = \frac{A}{T_p} \cdot t \Leftrightarrow 0 \leq t \leq T_p$$

$$\text{Periodo} = T_p$$

El ingreso deberá ser este:

The screenshot shows a software menu titled "Numero de Funciones y Periodo". It contains the following fields and options:

- Nº:
- Periodo:
- Resultado Parciales Si ⇨
- Buttons: Enter=OK, ESC=CANCEL
- Footer: USE ← AND → TO OPEN CHOICES

The screenshot shows a software menu titled "Ingreso de Funciones". It contains the following fields and options:

- f1(t):
- Desde:
- Hasta:
- Buttons: Enter=OK, ESC=CANCEL
- Footer: TYPE + [ENTER]=OK AND [ESC]=CANCEL

Una vez ingresado los datos correspondientes, el programa empezara a calcular la Serie Exponencial de Fourier. Arrojando estos resultados:

$$\frac{a \cdot (\cos(2 \cdot n \cdot \pi) + 2 \cdot n \cdot \sin(2 \cdot n \cdot \pi))}{4 \cdot n^2 \cdot \pi^2}$$

$$\frac{(t \cdot \pi - 1) + a \cdot (2 \cdot n \cdot \cos(2 \cdot n \cdot \pi))}{4 \cdot n^2}$$

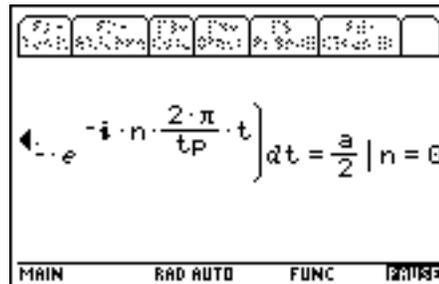
$$\frac{(\cos(2 \cdot n \cdot \pi) \cdot \pi - \sin(2 \cdot n \cdot \pi))}{4 \cdot n^2 \cdot \pi^2} \cdot i$$

Este es el resultado de  $C_n$  sin simplificar, pero como se menciona anteriormente, este resultado es el que debe ser tenido en cuenta a la hora de hallar indeterminaciones.

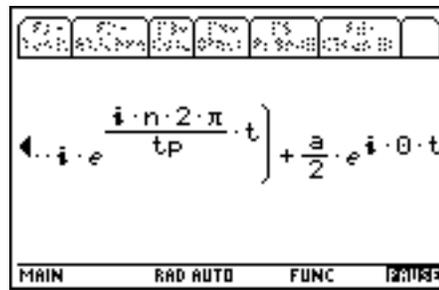
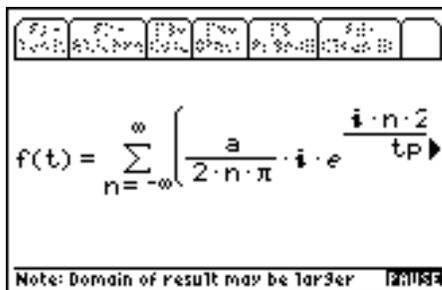
$$c_n = \frac{a}{2 \cdot n \cdot \pi} \cdot i$$

Resultado de  $C_n$  simplificado.

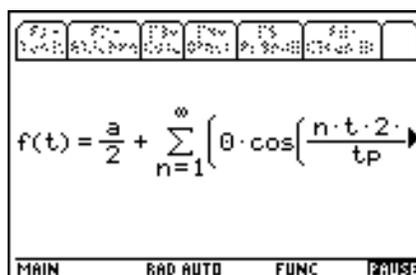
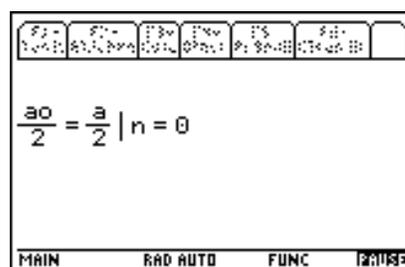
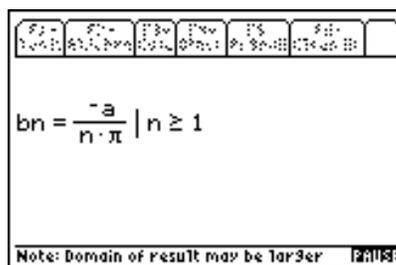
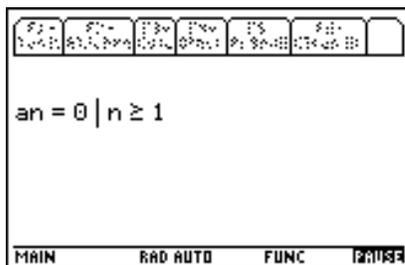
En este caso tanto el resultado no simplificado, como el resultado simplificado presentan indeterminaciones en  $n=0$  (la calculadora pondrá a  $n=0$ ), por lo que debemos hallar su resultado:



Como vemos hay indeterminación en  $n=0$  y su resultado es  $A/2$ . Con lo hallado podemos formar la Serie Exponencial de Fourier.



A partir de  $C_n$ , hallamos  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $A_0$ :

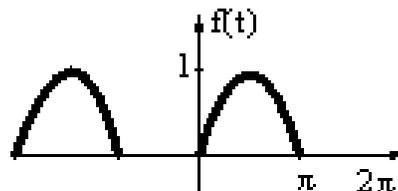


$$\left\lfloor \frac{t \cdot 2 \cdot \pi}{T_P} \right\rfloor + \frac{-a}{n \cdot \pi} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot t \cdot 2 \cdot \pi}{T_P}\right)$$

Note: Domain of result may be larger

En este caso no hay ninguna indeterminación en la serie trigonométrica.

3- Hallar la serie de fourier de la siguiente función:



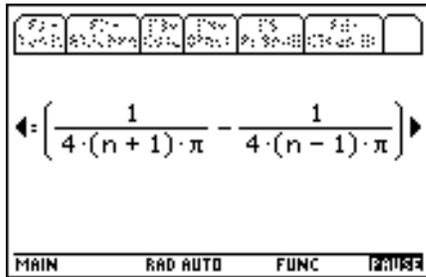
En este caso nuestra función será la siguiente:

$$f_1(t) = \sin(t) \Leftrightarrow 0 \leq t \leq \pi$$

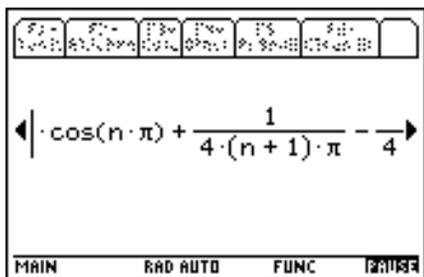
$$\text{Periodo} = 2\pi$$

El ingreso deberá ser este:

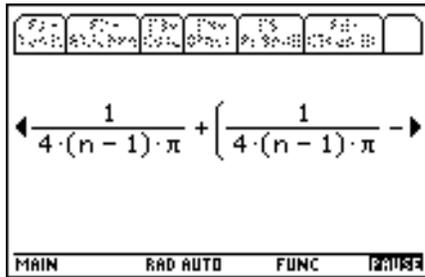
Una vez ingresado los datos correspondientes, el programa empezara a calcular la Serie Exponencial de Fourier. Arrojando estos resultados:



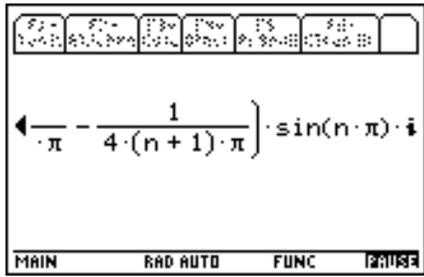
$$\left( \frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right)$$



$$\cos(n \cdot \pi) + \frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4}$$

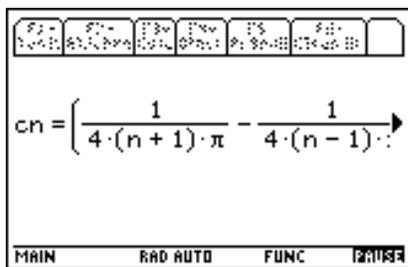


$$\frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} + \left( \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right)$$

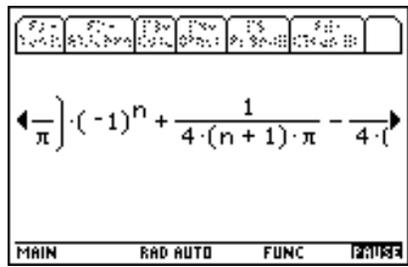


$$\left( \frac{1}{\pi} - \frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} \right) \cdot \sin(n \cdot \pi) \cdot i$$

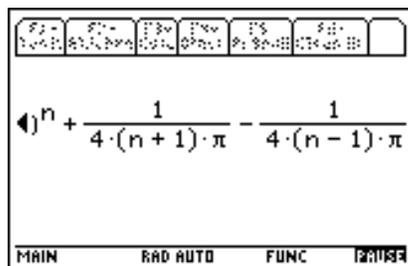
Este es el resultado de Cn sin simplificar, pero como se menciono anteriormente, este resultado es el que debe ser tenido en cuenta a la hora de hallar indeterminaciones.



$$cn = \left( \frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right)$$



$$\left( \frac{1}{\pi} \right) \cdot (-1)^n + \frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi}$$

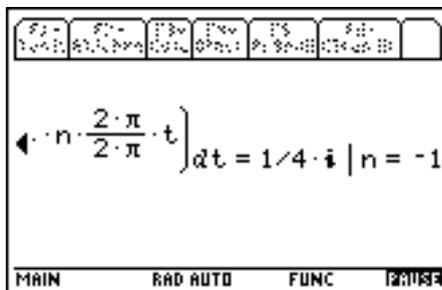
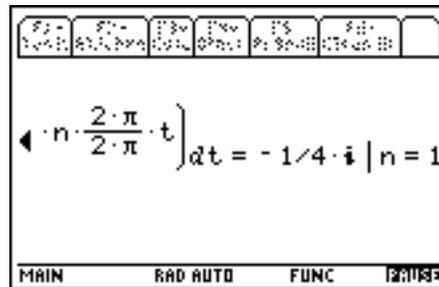


$$(-1)^n + \frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi}$$

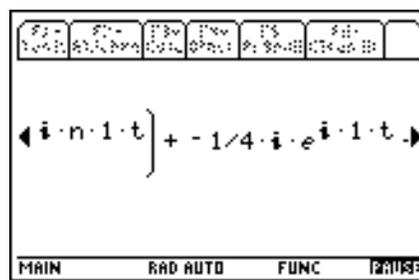
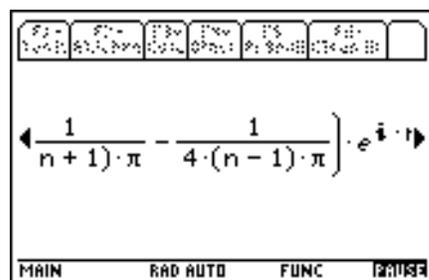
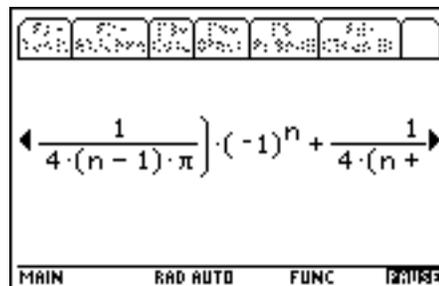
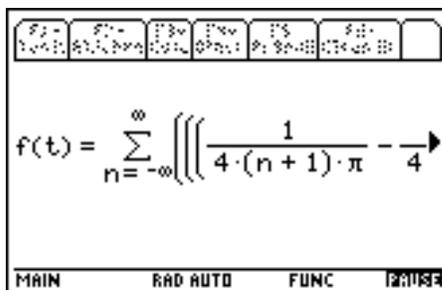
Resultado de Cn simplificado.

En este caso tanto el resultado no simplificado, como el resultado simplificado presentan indeterminaciones en  $n=1$  y  $n=-1$  (ambas son propuestas por la calculadora), por lo que debemos hallar sus

resultados, pero ahora además veremos que sucede si se ingresa un “n” que no genera indeterminación, por ejemplo n=0:



El resultado de las indeterminaciones en n=-1 y en n=1 dan lo mismo pero con signo cambiado,. Con lo hallado podemos formar la Serie Exponencial de Fourier:



$$4 \cdot i \cdot e^{i \cdot 1 \cdot t} + 1/4 \cdot i \cdot e^{i \cdot -1 \cdot t}$$

A partir de  $C_n$ , hallamos  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $A_0$ :

$$a_n = \left( \frac{1}{2 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right)$$

$$b_n = \left( -\frac{1}{\pi} \right) \cdot (-1)^n + \frac{1}{2 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi}$$

$$a_n = \left( \frac{1}{(n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right) \mid n \geq 1$$

$$b_n = 0 \mid n \geq 1$$

Note: Domain of result may be larger

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \mid n = 0$$

Note: Domain of result may be larger

$$f(t) = \frac{1}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \left( \frac{1}{2 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right) \cos(n \cdot t) - \frac{1}{\pi} \cdot (-1)^n \sin(n \cdot t) \right)$$

Note: Domain of result may be larger

$$a_n = \left( \frac{1}{(n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right) \cdot (-1)^n + \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi}$$

Note: Domain of result may be larger

$$b_n = \left( \frac{1}{(n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right) \cdot \cos(n \cdot t)$$

Note: Domain of result may be larger

$$\leftarrow \cos(n \cdot t \cdot 1) + 0 \cdot \sin(n \cdot t \cdot 1)$$

Note: Domain of result may be larger

$$\leftarrow 0 \cdot \cos(1 \cdot t) + 1/2 \cdot \sin(1 \cdot t)$$

Note: Domain of result may be larger

Como vemos, en la serie trigonométrica se produce una indeterminación en  $n=1$ , dando esta el siguiente resultado:

$$A1 = 0$$

$$B1 = \frac{1}{2}$$

Es importante tener en cuenta que cuando hay una indeterminación en  $C_n$  con “n” mayor o igual a 1, habrá una indeterminación en la serie trigonométrica.