

Serie Exponencial de Fourier

Realizado Por CosmeFulanito04

Version 3.0b

Instalación:

Mandar directamente a la calculadora el archivo sfexp.* este creara automáticamente la carpeta "sfexp".

Por ultimo mandar el archivo imprimir.* v3.0, cuyo peso es de 990 bytes. En caso de tener una versión anterior, borrarla completamente e instalar esta versión.

Como ejecutar el programa:

Existen dos formas de ejecutar el programa:

- Ir a home y colocar "sfexp\sfexp ()" y apretar Enter, aparecerá el menú con los contenidos.
- Ir a home, entrar al menú Var-Link tocando 2nd + "-“ y seleccionar la variable física dentro de la carpeta con el mismo nombre y tocar Enter, nuevamente en Home tendremos "sfexp\sfexp (" completar el paréntesis restante ")" y apretar Enter, aparecerá el menú con los contenidos. (Método Rápido).

Características:

El programa hallara la serie exponencial de fourier de la función que el usuario haya ingresado, permitiendo guardar los resultados parciales en home. Se podrán trabajar valores tanto simbólicos como numéricos.

Funcionamiento del programa:

Se utilizo la siguiente formula para hallar el valor de C_n :

$$C_n = \frac{1}{T} \cdot \int_A^B f(t) \cdot e^{-i \cdot n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t} \cdot dt$$

Con los valores hallados en C_n , el programa tratara de buscar los posibles “n” que generen una indeterminación en C_n . Una vez encontrado esos valores, se realiza la integral para ese único valor de “n”:

$$C_{no} = \frac{1}{T} \cdot \int_A^B f(t) \cdot e^{-i \cdot no \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t} \cdot dt$$

Con los valores hallados, se forma la Serie Exponencial de Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \cdot e^{i \cdot n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t} + C_{no} \cdot e^{i \cdot no \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t}$$

Para hallar los valores de A_n , B_n y C_n , el programa utiliza este pasaje:

$$C_n = \frac{1}{2} \cdot (A_n - i \cdot B_n)$$

$$\frac{A_0}{2} = \frac{1}{T} \cdot \int_A^B f(t) \cdot e^{-i \cdot 0 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t} \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_A^B f(t) \cdot dt$$

$$A_n = 2 \cdot \text{real}(C_n)$$

$$B_n = -2 \cdot \text{imag}(C_n)$$

Para encontrar las indeterminaciones en la Serie Trigonométrica, se tomo los valores de indeterminación de C_n , de aquellas “n” que sean mayor o igual 1, y a esas indeterminaciones se las transformo usando las mismas formulas anteriores:

$$A_{n0} = 2 \cdot \text{real}(C_n) \Leftrightarrow n \geq 1$$

$$B_{n0} = -2 \cdot \text{imag}(C_n) \Leftrightarrow n \geq 1$$

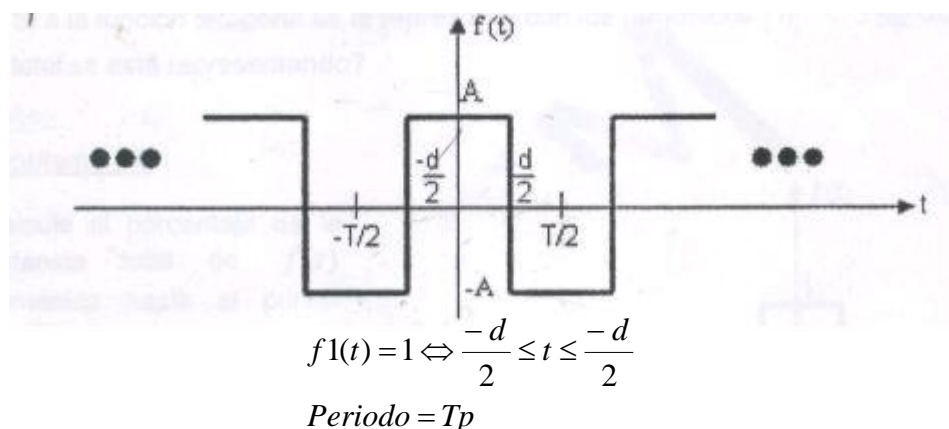
A partir de todos estos datos, se logra formar la Serie Trigonométrica de Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cdot \cos(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t) + B_n \cdot \sin(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t) \right) + A_{n0} \cdot \cos(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t) + A_{n0} \cdot \sin(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t)$$

Método de uso:

A continuación se mostraran varios ejemplos de cómo debe usarse el programa:

1- Hallar la serie de fourier de la siguiente función:



En este caso nuestra función será la siguiente:

El ingreso deberá ser este:

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Numero de Funciones y Periodo					
NB: 1					
Periodo: T_p					
Resultado Parciales <input checked="" type="checkbox"/>					
<input type="button" value="Enter=OK"/> <input type="button" value="ESC=CANCEL"/>					
sfexp\sfexp()					
USE ← AND → TO OPEN CHOICES					

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Ingreso de Funciones					
f1(t): 1					
Desde: $-d/2$					
Hasta: $d/2$					
<input type="button" value="Enter=OK"/> <input type="button" value="ESC=CANCEL"/>					
sfexp\sfexp()					
MAIN RAD AUTO FUNC 0/30					

Si colocamos la opción “Si” en Resultados parciales, se guardaran los resultados parciales en Home. En caso de colocar “No”, no se guardaran los resultados parciales en Home.

Una vez ingresado los datos correspondientes, el programa empezara a calcular la Serie Exponencial de Fourier. Arrojando estos resultados:

The left screenshot shows the calculator interface with the formula $C_n = \frac{d}{2} \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{t_p}\right)}{n \cdot \pi} \right]$. The fraction $\frac{\sin\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{t_p}\right)}{n \cdot \pi}$ is highlighted with a red box. The right screenshot shows the simplified formula $C_n = \frac{\sin\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{t_p}\right)}{n \cdot \pi}$ highlighted with a brown box.

Tanto el resultado en rojo, como el resultado en marrón son C_n , la diferencia radica en que el C_n marrón estará simplificado (no en este caso). Pero es importante tener en cuenta que a la hora de buscar indeterminaciones lo ideal es buscarlo en el C_n rojo, ya que en una posible simplificación se pierda una indeterminación.

Una vez mostrados los C_n , se le preguntara al usuario si encontró alguna posible indeterminación además de las halladas por el programa. En este caso vemos que C_n puede escribirse de la siguiente forma:

$$C_n = \frac{d}{T_p} \cdot \text{sinc}\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{T_p}\right)$$

El usuario no tendría ninguna indeterminación, ya que la función “sinc” en $n=0$ vale d/T_p . Pero igual el usuario podría dudar y colocar como indeterminación en $n=0$ quedando el resultado de esta forma (el programa sí lo tomara como indeterminación):

The left screenshot shows a dialog box titled "Indeterminacion en Cn" with the text "¿Algun n! que genere indeterminación?" and a field labeled "Cuales:" containing the value "003". Below the field are buttons for "Enter=OK" and "ESC=CANCEL". The right screenshot shows the calculator interface with the formula $e^{-i \cdot n \cdot \frac{2 \cdot \pi}{t_p} \cdot t} \Big|_{t = \frac{d}{t_p} \mid n=0}$.

Como vemos la indeterminación da exactamente el valor que toma la función “sinc” en $n=0$, por lo que en este caso es lo mismo hallar o no la indeterminación, pero esto no sucede en todos los casos, como ya veremos en los próximos ejemplos.

El resultado de la Serie Exponencial de Fourier es:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{t_p}\right)}{n \cdot \pi} \cdot e^{i \cdot \dots} \right)$$

MAIN RAD AUTO FUNC 12/15/34

$$\left(\dots \cdot e^{\frac{i \cdot n \cdot 2 \cdot \pi \cdot t}{t_p}} \right) + \frac{d}{t_p} \cdot e^{i \cdot 0 \cdot t}$$

MAIN RAD AUTO FUNC 12/15/34

En el resultado vemos que la indeterminación queda como una suma aparte de la sumatoria, donde en la misma “n” no podrá tomar el valor 0.

Con el resultado de la Serie Exponencial de Fourier, el programa es capaz de convertir el coeficiente C_n en los coeficientes A_n , B_n y A_0 de la Serie Trigonométrica de Fourier. El resultado final de la Serie Trigonométrica será:

$$a_n = \frac{2 \cdot \sin\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{t_p}\right)}{n \cdot \pi} \mid n \geq 1$$

MAIN RAD AUTO FUNC 12/15/34

$$b_n = 0 \mid n \geq 1$$

MAIN RAD AUTO FUNC 12/15/34

$$\frac{a_0}{2} = \frac{d}{t_p} \mid n = 0$$

MAIN RAD AUTO FUNC 12/15/34

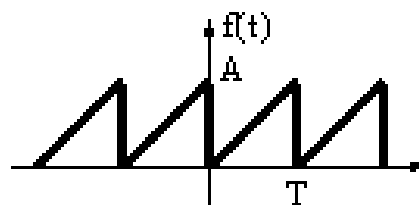
$$\left(\frac{d}{t_p} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2 \cdot \sin\left(\frac{d \cdot n \cdot \pi}{t_p}\right)}{n \cdot \pi} \right) \right)$$

MAIN RAD AUTO FUNC 12/15/34

En este caso no hay ninguna indeterminación en la serie trigonométrica.

Usando esta configuración al salir del programa encontraremos en home los resultados parciales hallados.

2- Hallar la serie de fourier de la siguiente función:



En este caso nuestra función será la siguiente:

$$f_1(t) = \frac{A}{T_p} t \Leftrightarrow 0 \leq t \leq T_p$$

Periodo = T_p

El ingreso deberá ser este:

The screenshot shows a dialog box titled "Numero de Funciones y Periodo". It has a menu bar with options: F1, F2, F3, F4, F5, F6. The dialog contains the following fields and controls:

- Nº:** A text input field containing the value "1".
- Periodo:** A text input field containing the value "tp".
- Resultado Parciales Si ÷**: A checkbox that is currently unchecked.
- At the bottom, there are two buttons: "Enter=OK" and "ESC=CANCEL".
- At the very bottom, a footer text reads: "USE ← AND → TO OPEN CHOICES".

The screenshot shows a dialog box titled "Ingreso de Funciones". It has a menu bar with options: F1, F2, F3, F4, F5, F6. The dialog contains the following fields and controls:

- f1(t):** A text input field containing the expression "a*t/tp".
- Desde:** A text input field containing the value "0".
- Hasta:** A text input field containing the value "tp".
- At the bottom, there are two buttons: "Enter=OK" and "ESC=CANCEL".
- At the very bottom, a footer text reads: "TYPE + [ENTER]=OK AND [ESC]=CANCEL".

Una vez ingresado los datos correspondientes, el programa empezara a calcular la Serie Exponencial de Fourier. Arrojando estos resultados:

$$\frac{a \cdot (\cos(2 \cdot n \cdot \pi) + 2 \cdot n \cdot \sin(2 \cdot i))}{4 \cdot n^2 \cdot \pi^2}$$

$$(i \cdot \pi - 1) + \frac{a \cdot (2 \cdot n \cdot \cos(2 \cdot n \cdot i))}{4 \cdot n^2}$$

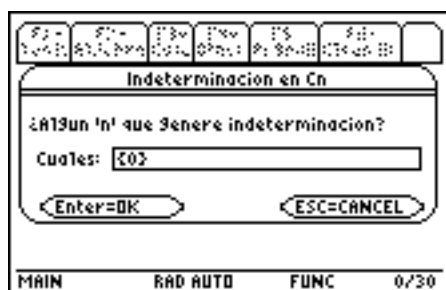
$$\frac{(\cos(2 \cdot n \cdot \pi) \cdot \pi - \sin(2 \cdot n \cdot \pi))}{4 \cdot n^2 \cdot \pi^2} \cdot i$$

Este es el resultado de C_n sin simplificar, pero como se menciona anteriormente, este resultado es el que debe ser tenido en cuenta a la hora de hallar indeterminaciones.

$$cn = \frac{a}{2 \cdot n \cdot \pi} \cdot i$$

Resultado de C_n simplificado.

En este caso tanto el resultado no simplificado, como el resultado simplificado presentan indeterminaciones en $n=0$ (la calculadora pondrá a $n=0$), por lo que debemos hallar su resultado:



$$\left. \left(-e^{-i \cdot n \cdot \frac{2 \cdot \pi}{t_p} \cdot t} \right) \right|_{n=0} = \frac{a}{2}$$

Como vemos hay indeterminación en $n=0$ y su resultado es $A/2$. Con lo hallado podemos formar la Serie Exponencial de Fourier.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{a}{2 \cdot n \cdot \pi} \cdot i \cdot e^{\frac{i \cdot n \cdot 2}{t_p} \cdot t} \right)$$

Note: Domain of result may be larger

$$\left(i \cdot e^{\frac{i \cdot n \cdot 2 \cdot \pi}{t_p} \cdot t} \right) + \frac{a}{2} \cdot e^{i \cdot 0 \cdot t}$$

A partir de C_n , hallamos A_n , B_n , A_0 :

$$a_n = 0 \quad | \quad n \geq 1$$

$$b_n = \frac{-a}{n \cdot \pi} \quad | \quad n \geq 1$$

Note: Domain of result may be larger

$$\frac{a_0}{2} = \frac{a}{2} \quad | \quad n = 0$$

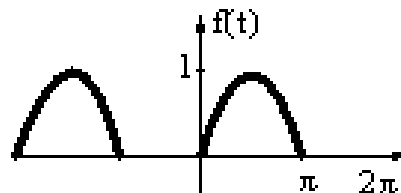
$$f(t) = \frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(0 \cdot \cos\left(\frac{n \cdot t \cdot 2}{t_p}\right) \right)$$

$$\left\lfloor \frac{t \cdot 2 \cdot \pi}{t_p} \right\rfloor + \frac{-a}{n \cdot \pi} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot t \cdot 2 \cdot \pi}{t_p}\right)$$

Note: Domain of result may be larger

En este caso no hay ninguna indeterminación en la serie trigonométrica.

3- Hallar la serie de fourier de la siguiente función:



En este caso nuestra función será la siguiente:

$$f1(t) = \sin(t) \Leftrightarrow 0 \leq t \leq \pi$$

Periodo = 2π

El ingreso deberá ser este:

Una vez ingresado los datos correspondientes, el programa empezara a calcular la Serie Exponencial de Fourier. Arrojando estos resultados:

$$\left\langle \left[\frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right] \right\rangle$$

$$\left\langle \cos(n \cdot \pi) + \frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4} \right\rangle$$

$$\left\langle \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} + \left[\frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right] \right\rangle$$

$$\left\langle \left[\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} \right] \cdot \sin(n \cdot \pi) \cdot i \right\rangle$$

Este es el resultado de C_n sin simplificar, pero como se menciono anteriormente, este resultado es el que debe ser tenido en cuenta a la hora de hallar indeterminaciones.

$$c_n = \left[\frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right]$$

$$\left\langle \left(-1 \right)^n + \frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4} \right\rangle$$

$$\left\langle (-1)^n + \frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right\rangle$$

Resultado de C_n simplificado.

En este caso tanto el resultado no simplificado, como el resultado simplificado presentan indeterminaciones en $n=1$ y $n=-1$ (ambas son propuestas por la calculadora), por lo que debemos hallar sus

resultados, pero ahora además veremos que sucede si se ingresa un “n” que no genera indeterminación, por ejemplo n=0:



$$\left\langle n \cdot \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot \pi} \cdot t \right\rangle dt = -1/4 \cdot i \mid n = 1$$

MAIN RAD AUTO FUNC PAUSE

$$\left\langle n \cdot \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot \pi} \cdot t \right\rangle dt = 1/4 \cdot i \mid n = -1$$

MAIN RAD AUTO FUNC PAUSE

No se detecto en 0
indeterminacion.

MAIN RAD AUTO FUNC PAUSE

El resultado de las indeterminaciones en n=-1 y en n=1 dan lo mismo pero con signo cambiado,. Con lo hallado podemos formar la Serie Exponencial de Fourier:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\left(\frac{1}{4 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4} \right) \right)$$

MAIN RAD AUTO FUNC PAUSE

$$\left\langle \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right\rangle \cdot (-1)^n + \frac{1}{4 \cdot (n+1)}$$

MAIN RAD AUTO FUNC PAUSE

$$\left\langle \frac{1}{(n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{4 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right\rangle \cdot e^{i \cdot t}$$

MAIN RAD AUTO FUNC PAUSE

$$\left\langle i \cdot n \cdot 1 \cdot t \right\rangle + -1/4 \cdot i \cdot e^{i \cdot 1 \cdot t}$$

MAIN RAD AUTO FUNC PAUSE

$$4 \cdot i \cdot e^{i \cdot 1 \cdot t} + 1/4 \cdot i \cdot e^{i \cdot -1 \cdot t}$$

A partir de C_n , hallamos A_n , B_n , A_0 :

$$a_n = \left(\frac{1}{2 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right)$$

$$\left(\frac{1}{\pi} \right) \cdot (-1)^n + \frac{1}{2 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi}$$

$$\left(\frac{1}{(n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right) | n \geq 1$$

$$b_n = 0 | n \geq 1$$

Note: Domain of result may be larger

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{\pi} | n = 0$$

Note: Domain of result may be larger

$$f(t) = \frac{1}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\frac{1}{2 \cdot (n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right) \cdot (-1)^n + \frac{1}{\pi} \right) \cdot \cos(n \cdot t)$$

Note: Domain of result may be larger

$$\left(\frac{1}{(n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right) \cdot (-1)^n + \frac{1}{\pi}$$

Note: Domain of result may be larger

$$\left(\frac{1}{(n+1) \cdot \pi} - \frac{1}{2 \cdot (n-1) \cdot \pi} \right) \cdot \cos(n \cdot t)$$

Note: Domain of result may be larger

TI-84 Plus calculator screen showing the expression $\cos(n \cdot t \cdot 1) + 0 \cdot \sin(n \cdot t \cdot 1)$. The screen also displays a note: "Note: Domain of result may be larger".

TI-84 Plus calculator screen showing the expression $0 \cdot \cos(1 \cdot t) + 1/2 \cdot \sin(1 \cdot t)$. The screen also displays a note: "Note: Domain of result may be larger".

Como vemos, en la serie trigonométrica se produce una indeterminación en $n=1$, dando esta el siguiente resultado:

$$A1 = 0$$

$$B1 = \frac{1}{2}$$

Es importante tener en cuenta que cuando hay una indeterminación en C_n con “n” mayor o igual a 1, habrá una indeterminación en la serie trigonométrica.