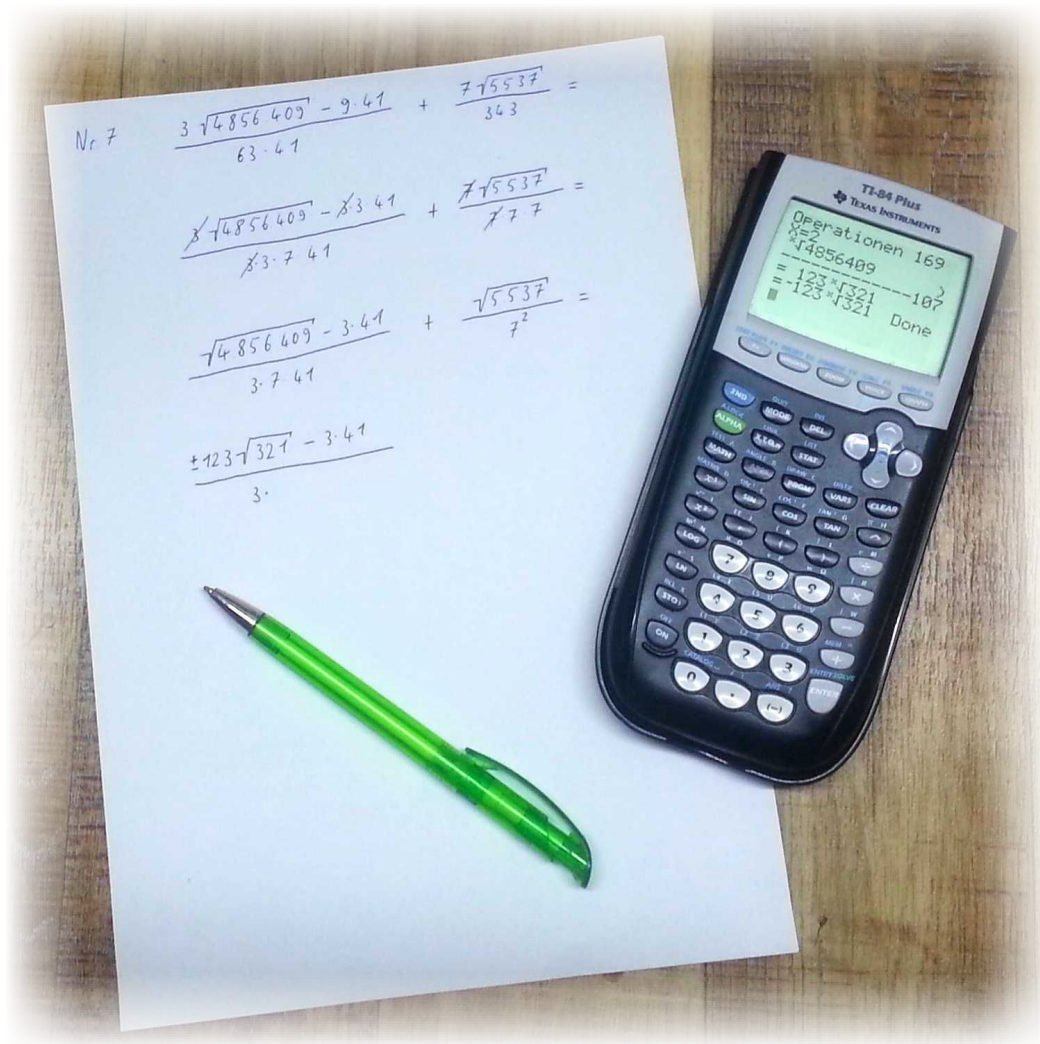


Teilweises Wurzelziehen

Programm für den Taschenrechner Texas Instruments TI-83 / TI-84



Inhaltsverzeichnis

1 Programmvorstellung.....	3
1.1 Editionen.....	3
1.2 Speicherplatz.....	3
2 Installationsbeschreibung.....	4
3 Vorwort.....	6
4 Aufgabenstellung.....	7
5 Programm A.....	8
5.1 Warum For-schleife statt While-schleife.....	9
5.2 Erste Optimierung.....	9
6 Programm B.....	11
6.1 Wurzel höheren Grades.....	11
7 Programm C.....	12
7.1 Probleme mit der Lösungsfindung.....	13
8 Programm D (fPart=1).....	14
8.1 Zweite Optimierung (Gerade, Ungerade Zahlen).....	15
9 Programm E (Gerade Ungerade).....	20
9.1 Weitere Probleme mit der Lösungsfindung.....	21
10 Programm F (Rundungsfehler).....	22
11 Programm G (fehlschlag).....	24
11.1 Rundungsfehlerkorrektur.....	25
12 Programm H.....	28
13 Programm Test / Anforderung.....	30
14 Konkurrenzprogramme.....	31
15 Editionen.....	32
16 Abbildungsverzeichnis.....	36
17 Tabellenverzeichnis.....	36

1 Programmvorstellung

```
V1.0 Absolut
X=2
*√
3-7=X-te Wurzel
2=X Eingeben
1=Hilfe
0=Beenden
```

Abbildung 1: Startbild /
Bildschirmaufnahme / 23.12.2017

Nachdem Sie das Programm gestartet haben, sehen Sie den Startbild des Programms. In der ersten Zeile wird die Versionsnummer und die Edition des Programms angezeigt (**Rosa markiert**). Sie können sofort eine beliebige Zahl eingeben, diese wird nach der Bestätigung mit der „Entertaste“ berechnet.

Wenn Sie die Zahl 2 eingeben, können Sie den Wurzelexponent selbst bestimmen. Bei einer Eingabe zwischen 3 und 7, wird dies sofort als Wurzelexponent übernommen.

Dieses Programm zieht immer den größtmöglichen Faktor heraus. Als Beispiel geben wir 5.537 ein.

```
Operationen 17
X=2
*√5537
-----
= 7 *√113
= -7 *√113 Done
```

Abbildung 2: Ergebnis /
Bildschirmaufnahme / 23.12.2017

Diese hier beschriebene Visualisation wird nur bei der Edition „TEILWEIA (V1.0 Absolut)“ ausgegeben.

Maximale Rechenoperationen werden hier eingeblendet (**Blau markiert**).

Die Klammer hinter der eingegebenen Zahl bedeutet das die „Hälfte“ der Rechenzeit / Operationen erreicht wurde (**Rot markiert**).

Die benötigten Rechenoperationen werden hier angezeigt (**Grün markiert**).

1.1 Editionen

- **Absolut.** (TEILWEIA)
- **Mini**, alle unnötige Elemente entfernt z.B. schnellere Quadratwurzelberechnung, Operationen anzeige, benötigte Operationen, Hilfe. (TEILWEIM)
- Englische Edition **Absolut.** (SIMPLIFA)
- Englische Edition **Mini.** (SIMPLIFM)

Programme mit den Namen „Locked“ sind nicht editierbare Programme die versehentlich verändert werden können. z.B.: TEILWEIM (V1.0 Mini, Locked).

1.2 Speicherplatz

```
RAM FREE 19710
ARC FREE 1606K
▶ SIMPLIFA 1428
SIMPLIFM 802
TEILWEIA 1455
TEILWEIM 811
```

Abbildung 3: Speicherplatzverbrauch / Bildschirmaufnahme / 19.12.2017

2 Installationsbeschreibung

Sie können die Programmmeditionen „*Absolut*“ und „*Mini*“, entweder in den Taschenrechner eintippen oder per Kabel „*TI-Graph Link*“ mit dem Taschenrechner verbinden und übertragen.

- Downloaden Sie die aktuellste Software von „*TI Connect*“.
Internetadresse:
<https://education.ti.com/en/us/software/details/en/14D11109C9F44D55B9BBF65E5A62E7F1/swticonnectsoftwareforwindows>
- Installieren Sie die Software.
- Verbinden Sie jetzt den Rechner mit dem Taschenrechner mit Hilfe von dem TI-Graph Link Kabel.



Abbildung 4: TI-Graph Link / Selbsterstellte Unterlage / 08.10.2015

- Öffnen Sie TI Connect.



Abbildung 5: TI Connect / Bildschirmaufnahme / 08.10.2015

- Klicken Sie auf TI DeviceExplorer (Rot markiert).

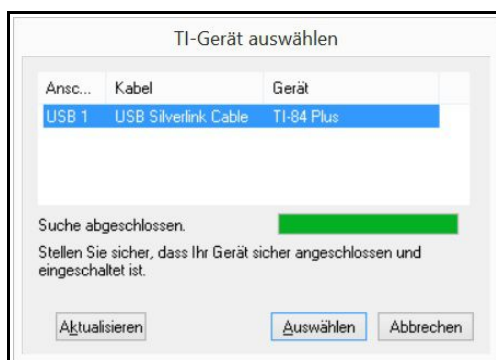


Abbildung 6: Gerät auswählen / Bildschirmaufnahme / 08.10.2015

Wählen Sie Ihren USB-Anschluss aus.
Betätigen Sie „Auswählen“.

- Es öffnet sich nun folgendes Fenster.

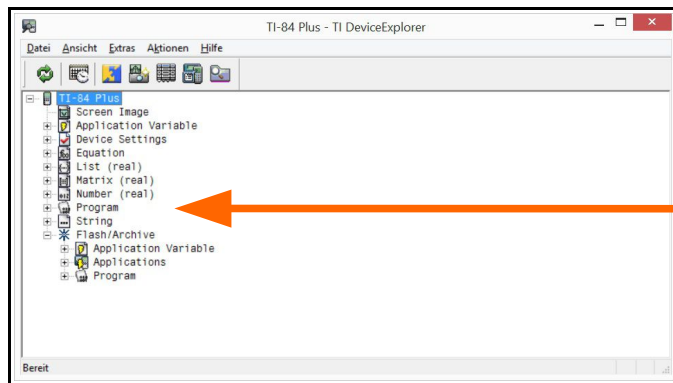


Abbildung 7: TI DeviceExplorer / Bildschirmaufnahme / 08.10.2015

- Aus den entpackten Ordner „Simplify Roots # Teilweises Wurzelziehen V1.0“ das Sie gedownloadet haben, wählen Sie eine Sprache und eine Edition aus. z.B.: „TEILWEIM (V1.0 Mini, Locked)“

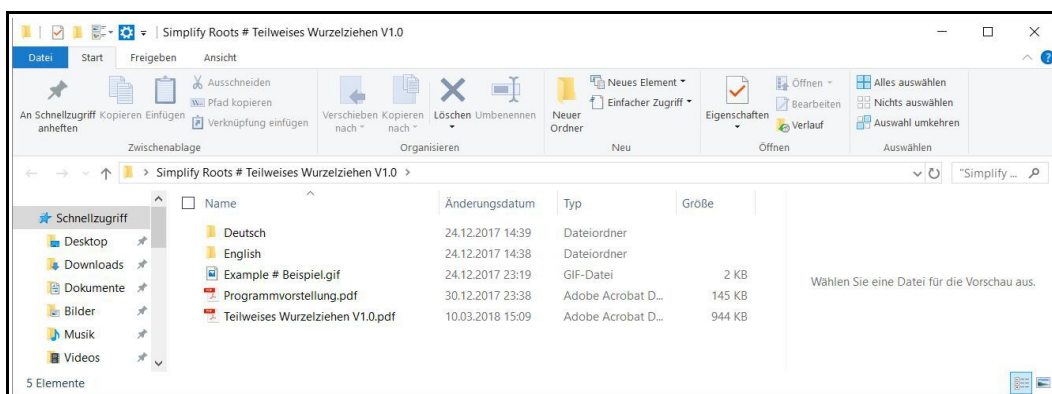


Abbildung 8: Sprachauswahl / Bildschirmaufnahme / 24.12.2017

- Schieben Sie die Datei, die Sie sich ausgewählt haben, in den TI DeviceExplorer (Oranger Pfeil).

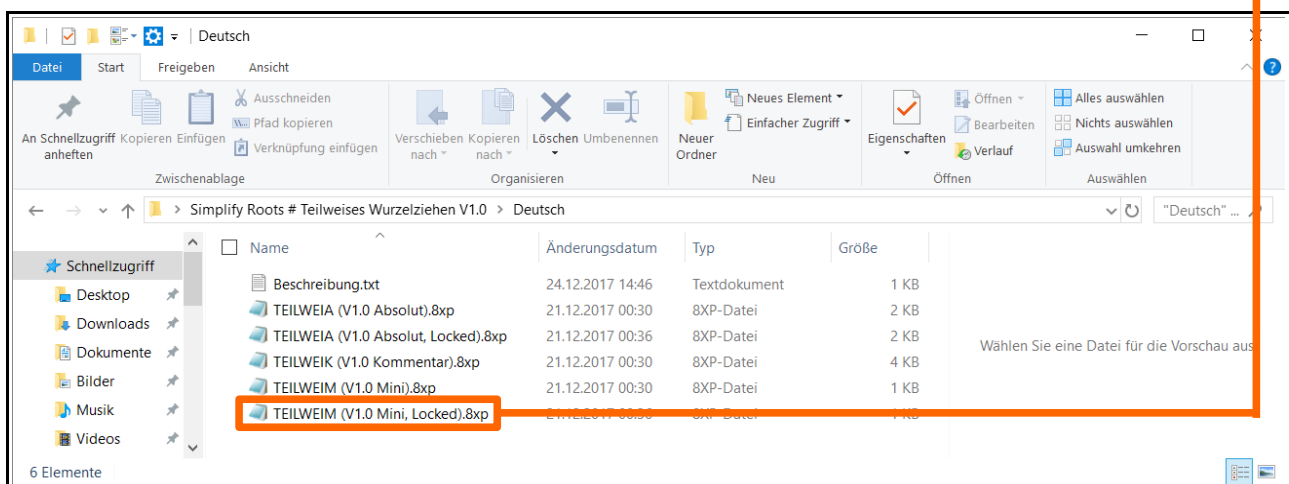


Abbildung 9: Edition / Bildschirmaufnahme / 24.12.2017

- Ab sofort können Sie das Programm im Taschenrechner aufrufen und ausführen.

3 Vorwort

Programmentwickler: Jakob Michel.

Anfertigung der Dokumentation: Jakob Michel.

Ich bin kein Mathematiker, somit sind alle mathematische ausdrücke womöglich nicht korrekt.

Die größtmögliche Zahl die Eingegeben werden kann ist 10.000.000.000 oder kurz 10^{10} .

Da der Taschenrechner rundet kann auch maximal 10.000.000.004 oder kurz $10^{10} + 4$ eingegeben werden, ergibt aber glücklicherweise kein Lösung.

Das Programm „*TEILWEIK (V1.0 Kommentar)*“ ist für diejenigen, die das Programm weiter verbessern, für sich selbst anpassen oder einfach nur lernen wollen wie das Programm funktioniert.

Alle angegebene Rechenzeiten wurden mit einem echten TI-84 Plus Texas Instruments Taschenrechner ermittelt und sind mit einer Toleranz von $\pm 0,5$ Sekunden (500ms) zu versehen. Können sich aber je nach Batteriestand und der Speichernutzung variieren.

4 Aufgabenstellung

Aufgabe ist aus einem Wurzel Ausdruck einen Faktor herauszufiltern, um den Wurzel Ausdruck zu verkleinern.

$\sqrt{C} = A \times \sqrt{B}$ mit: $A \in \mathbb{N}$, $B \in \mathbb{N}$, $C \in \mathbb{N}$
(Die Variablen A, B und C werden je nach Kontext mal Zahl, Faktor oder Variable genannt)

Wenn wir eine der beiden Faktoren finden möchten (A oder B), gibt es verschiedene Methoden dies herauszufinden.

Es gibt zwei Möglichkeiten das vorgestellte Problem zu lösen.

Möglichkeit 1: Man probiert alle möglichen Zahlen aus um eine Lösung zu finden.

Möglichkeit 2: Die Zahl wird in Primfaktoren zerlegt und somit die Lösung berechnet.

Bei der Möglichkeit 1 gibt es folgende Nachteile:

Da keine Primzahltafel vorliegt dauert die Berechnung bei dieser Methode länger, da jede Zahl ausprobiert wird.

Bei der Möglichkeit 2 gibt es folgende Nachteile:

Da es von 2-100.000 genau 9.592 Primzahlen gibt, müssten im schlimmsten Fall 9.692 Rechenoperationen durchgeführt werden, das ist meiner Meinung nach zuviel und dauert mit dem Taschenrechner zu lange. Zusätzlich brüchten wir noch eine Tabelle, mit all den Primzahlen, oder müssten die berechnen, das sprengt die Leistung des Taschenrechners. Somit scheidet diese Möglichkeit aus, was an sich die bessere Methode wäre.

Warum bis 100.000?

Denn die maximale Genauigkeitsangabe sind 10 Stellen (9.999.999.999).

$$\sqrt{9.999.999.999} \approx 100.000$$

Wir nehmen als Beispiel die Zahl: $123^2 \times 321 = 4.856.409$. Die Primfaktoren sind $3 \times 3 \times 3 \times 41 \times 41 \times 107$.

Somit ist die Lösung: $\sqrt{123^2 \times 321} = \sqrt{3 \times 3^2 \times 41^2 \times 107} = 3 \times 41 \sqrt{3 \times 107} = 123 \sqrt{321} = 2.203,726...$

Wir wissen jetzt dass der größte herauszunehmende Faktor nicht größer als 2.203 sein kann.

Nun wissen wir auch schon wieviele Rechenoperationen wir maximal brauchen werden, bis wir möglicherweise den Faktor gefunden haben, nämlich 2.203 Rechenoperationen.

Denn wir rechnen die Variable A runter von 2.203 bis auf 2, damit wir den größtmöglichen Faktor herausnehmen können.

z.B.:

$$\begin{aligned} \sqrt{123^2 \times 321} &= \sqrt{\frac{123^2 \times 321 \times 2.203^2}{2.203^2}} = \sqrt{\frac{123^2 \times 321}{2.203^2} \times 2.203^2} = \sqrt{1.000.659... \times 2.203^2} = 2.203 \times \sqrt{1.000.659...} \\ \sqrt{123^2 \times 321} &= \sqrt{\frac{123^2 \times 321 \times 2.202^2}{2.202^2}} = \sqrt{1.001.568... \times 2.202^2} = 2.202 \times \sqrt{1.001.568...} \\ \sqrt{123^2 \times 321} &= 2.201 \times \sqrt{1.002.478...} \\ \sqrt{123^2 \times 321} &= 2.200 \times \sqrt{1.003.390...} \end{aligned}$$

Ist in der Wurzel eine Zahl mit keine Nachkommastellen, so haben wir den Faktor gefunden.

Programm A wird genau das tun.

Die Rechenoperationen werden für die For-schleife benötigt, zusätzlich kann man auch dadurch die maximale Rechendauer abschätzen.

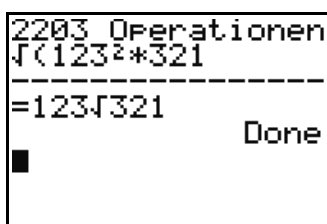
5 Programm A

<pre> "Variablen A Wurzel aussen, B Wurzel innen, C Eingabe, D Zaehler, E Rechenoperationen, F Verschieben" "Lbl 0-2" Lbl 0 ClrHome Disp "" Output(1,1,"V0.1") Input "sqrt(",C "Rechenoperationen berechnen" int(sqrt(C))->E Output(1,1,E) "Verschiebung 1->F While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End Output(1,1+F," Operationen") "Aeussere Wurzel" For(D,int(sqrt(C)),2,~1) If fPart(C/D^^2)=0:Goto 1 End </pre>	<pre> "Kein Faktor gefunden" Disp "Kein Faktor","gefunden." Stop "Aeussere Wurzel Loesung gefunden" Lbl 1 C/D^^2->B D->A Disp "-----" Disp "" Output(4,1,"=") Output(4,2,A) If B=1:Goto 2 "Zahl schieben" 1->F While iPart(A/(10^F))!=0 F+1->F End Output(4,2+F,"sqrt(") Output(4,3+F,B) Lbl 2 Stop </pre>
---	---

Tabelle 1: Programm A / Selbsterstellte Unterlage / 16.09.2015

~ (Tilde) ist im TI84 negatives Vorzeichen (nicht Minus).

A^2 = A^2
 $1|E10$ = $1E10$
 $\sqrt{\quad}$ = $\sqrt{\quad}$
 \rightarrow = \rightarrow



Dauer bis Lösungsfindung: circa 27 Sekunden.

Abbildung 10: Programm A /
Bildschirmaufnahme / 16.09.2015

5.1 Warum For-schleife statt While-schleife

Schleife	For	While
Programm	<pre>For(A,0,2000) End Disp "Fertig" Stop</pre>	<pre>0->A While A<2000 A+1->A End Disp "Fertig" Stop</pre>
Benötigte Zeit:	2 Sekunden	9 Sekunden
Nachteil:	<p>Nicht richtig Programmierbar. (Beispiel aus Programm A)</p> <pre>For(D,int(sqrt(C)),2,~1) If fPart(C/D^^2)=0:Goto 1 End Lbl 1</pre>	Zeit

Tabelle 2: For- Whileschleife / Selbsterstellte Unterlage / 16.09.2015

5.2 Erste Optimierung

Wir rechnen mal die ersten Schritte nach:

$$\sqrt{123^2 \times 321} = 2.203 \times \sqrt{1,000659...}$$

$$\sqrt{123^2 \times 321} = 2.202 \times \sqrt{1,001568...}$$

$$\sqrt{123^2 \times 321} = 2.201 \times \sqrt{1,002478...}$$

$$\sqrt{123^2 \times 321} = 2.200 \times \sqrt{1,003390...}$$

Nun, wir merken dass die Zahl in der Wurzel langsam ansteigt.

Die nächste Natürliche Zahl in der Wurzel wäre die 2, alle dazwischen sind unnötige Rechenoperationen.

Somit:

$$\sqrt{123^2 \times 321} = \sqrt{\frac{123^2 \times 321 \times 2}{2}} = \sqrt{\frac{123^2 \times 321}{2}} \times 2 = \sqrt{\frac{123^2 \times 321}{2}} \times \sqrt{2} = \sqrt{2.428.204,5} \times \sqrt{2} = 1.558,269713... \times \sqrt{2}$$

Da jetzt die äußere Zahl A eine Nachkommastellen hat, ist dieses Ergebnis keine Lösung.

Wenn wir jetzt das Programm A ab hier ablaufen lassen würden, brüchten wir noch 1.558 Rechenoperationen.

Machen wir mal weiter.

$$\sqrt{123^2 \times 321} = \sqrt{\frac{123^2 \times 321 \times 3}{3}} = \sqrt{1.618.803} \times \sqrt{3} = 1.272,321892... \times \sqrt{3}$$

$$\sqrt{123^2 \times 321} = \sqrt{\frac{123^2 \times 321 \times 4}{4}} = \sqrt{1.214.102,25} \times \sqrt{4} = 1.101,86308... \times \sqrt{4}$$

Zählen wir in der Wurzel hoch sehen wir, dass die äußere Zahl A rapide fällt.

So haben wir nur mit 3 Rechenoperationen, wenn wir jetzt die Strategie von Programm A anwenden würden, die möglichen Rechenoperationen halbiert.

Die nachfolgenden Schritte wird der Taschenrechner nicht durchführen, den er würde die Lösung mit dem Faktor 321 gefunden haben.

Folgende Schritte wären die Letzten:

$$\sqrt{123^2 \times 321} = \sqrt{\frac{123^2 \times 321 \times 1.214.101}{1.214.101}} = \sqrt{4,0000041...} \times \sqrt{1.214.101} = 2,000\,001\,03... \times \sqrt{1.214.101}$$

$$\sqrt{123^2 \times 321} = 2,000\,000\,206... \times \sqrt{1.214.102}$$

$$\sqrt{123^2 \times 321} = 1,999\,999\,382... \times \sqrt{1.214.103}$$

Würden wir in der Wurzel immer hochzählen, benötigen wir maximal 1.214.103 Rechenoperationen.

Dieses Programm würde erheblich länger dauern als Programm A.

Also folglich zählen wir erst die Variable B in der Wurzel hoch, springen „irgendwann“ heraus und Zählen dann die äußere Variable A runter.

Die Frage ist: Ab welchen Faktor müssen wir aus der Wurzel heraus und die äußere Variable runter Zählen?

Besser gefragt:

Welcher Faktor ist sowohl in der Wurzel (Zahl B) und sowohl auch außen (Zahl A)?

$$C = X \times X \times X = X^3$$

$$\sqrt{C} = \sqrt{X^3} = \sqrt{X^2 \times X} = X \sqrt{X}$$

$$\sqrt[3]{X^3} = X$$

$$\sqrt[3]{123^2 \times 321} = 169,344755...$$

Probe:

$$\sqrt{\frac{123^2 \times 321}{169,344755}} = 169,344756$$

Hirsaus folgt das man um die Rechenoperationen zu berechnen man einfach die nächsthöhere Wurzelexponent benutzt und das Ergebnis mit 2 multipliziert (Variable B hochzählen und danach Variable A runterzählen).

Für den Wert: $\sqrt{123^2 \times 321}$ bräuchten wir jetzt nur noch $\sqrt[3]{123^2 \times 321} \times 2 \approx 169 \times 2 = 338$ Rechenoperationen.

$$\frac{(\text{Operationen Programm A})}{(\text{Operationen Programm B})} = \frac{2203}{338} = 6,51... \rightarrow \text{Um das 6,5 fache an Rechenoperationen haben wir damit eingespart.}$$

Die Grüne Schrift bedeutet die Änderungen des neuen Programm gegenüber dem vorigem Programm.

6 Programm B

```

"Variablen A Wurzel aussen, B Wurzel innen, C Eingabe,
D Zaehler, E Rechenoperationen, F Verschieben"
"Lbl 0-4"
Lbl 0
ClrHome
Disp ""
Output(1,1,"V0.2")
Input "sqrt(",C
"Rechenoperationen berechnen"
int(cuberoot(C)*2)->E
Output(1,1,E)
"Verschiebung
1->F
While iPart(E/(10^F))!=0
  F+1->F
End
Output(1,1+F," Operationen")
"Innere Wurzel"
For(D,1,int(cuberoot(C)))
  If fPart(sqrt(C/D))=0:Goto 1
End
"Haelfte erreicht"
Output(2,16,"")
"Aeussere Wurzel"
For(D,D,2,~1)
  If fPart(C/D^^2)=0:Goto 2
End
"Kein Faktor gefunden"
Disp "Kein Faktor","gefunden."
Stop

"Innere Wurzel Loesung gefunden"
Lbl 1
(sqrt(C/D))->A
D->B
Goto 3

"Aeussere Wurzel Loesung gefunden"
Lbl 2
C/D^^2->B
D->A

"Loesung ausgabe"
Lbl 3
Disp "-----"
Disp ""
Output(4,1,"=")
Output(4,2,A)
If B=1:Goto 4
"Zahl schieben"
1->F
While iPart(A/(10^F))!=0
  F+1->F
End
Output(4,2+F,"sqrt(")
Output(4,3+F,B)
Lbl 4
Stop

```

Tabelle 3: Programm B / Selbsterstellte Unterlage / 16.09.2015

~ (Tilde) ist im TI84 negatives Vorzeichen (nicht Minus).

$A^{\wedge}2 = A^2$
 $1|E10 = 1E10$
 $\text{sqrt}(= \sqrt{}$
 $\text{cuberoot}(= \sqrt[3]{}$
 $\rightarrow = \rightarrow$

Dauer bis
Lösungsfindung:
circa 4,5 Sekunden.

Abbildung 11: Programm B / Bildschirmaufnahme / 16.09.2015

6.1 Wurzel höheren Grades

Versuchen wir einen Faktorisierung des Wurzels mit einem höheren Grad.

z.B.: $\sqrt[3]{123^2 \times 321}$

Berechnung der Maximalen Rechenoperationen:

$\sqrt[4]{123^2 \times 321 \times 2} \approx 46 \times 2 = 92$

7 Programm C

```

"Variablen A Wurzel aussen, B Wurzel innen, C Eingabe, D
Zaehler, E Rechenoperationen, F Verschieben, X Hochzahl"
"Lbl 0-5"
Lbl 0
ClrHome
Disp ""
Disp "X=2"
Output(1,1,"V0.3")
Output(7,1,"2-7=X-te Wurzel")
Output(8,3,"1=X Eingeben")
Input "xroot(",C
"2te-Wurzel"
If C>7
Then
    2->X
    Goto 5
End
"X-Wurzel"
ClrHome
Disp ""
Output(1,1,"V0.3")
"C=1"
If C=1
Then
    Output(3,1,"xroot(")
    Input "X=",X
    Input "xroot(",C

    Else
    "C=1-7"
    C->X
    Disp "X="
    Output(2,3,X)
    Input "xroot(",C
End
Lbl 5
"Rechenoperationen berechnen"
int((X+1)xroot(C)*2)->E
Output(1,1,E)
"Verschiebung"
1->F
While iPart(E/(10^F))!=0
    F+1->F
End
Output(1,1+F," Operationen")

"Innere Wurzel"
For(D,1,int((X+1)xroot(C)))
    If fPart(Xxroot(C/D))=0:Goto 1
End
"Haelfte erreicht"
Output(3,16,"")
"Aeussere Wurzel"
For(D,D,2,~1)
    If fPart(C/D^X)=0:Goto 2
End
"Kein Faktor gefunden"
Disp "Kein Faktor", "gefunden."
Stop

"Innere Wurzel Loesung gefunden"
Lbl 1
(Xxroot(C/D))->A
D->B
Goto 3

"Aeussere Wurzel Loesung gefunden"
Lbl 2
C/D^X->B
D->A

"Loesung ausgabe"
Lbl 3
Disp "-----"
Disp ""
Output(5,1,"=")
Output(5,2,A)
If B=1:Goto 4
"Zahl schieben"
1->F
While iPart(A/(10^F))!=0
    F+1->F
End
Output(5,2+F,"xroot(")
Output(5,4+F,B)
Lbl 4
Stop
  
```

Tabelle 4: Programm C / Selbsterstellte Unterlage / 17.09.2015

~ (Tilde) ist im TI84 negatives Vorzeichen (nicht Minus).

$A^2 = A^2$
 $1|E10 = 1E10$
 $\text{sqrt}(= \sqrt{}$
 $\text{xroot}(= \sqrt[x]{}$
 $\rightarrow = \rightarrow$

```

93 Operationen
X=3
*sqrt(123^2*321 )
-----
=3*sqrt(179867
Done
  
```

Dauer bis
Lösungsfindung:
circa 2 Sekunden.

Abbildung 12: Programm C / Bildschirmaufnahme / 17.09.2015

7.1 Probleme mit der Lösungsfindung

Leider tauchen einige Fehler auf, bei der Zerlegung der Zahl in der Wurzel höheren Grades.

z.B.: bei der Zahl :

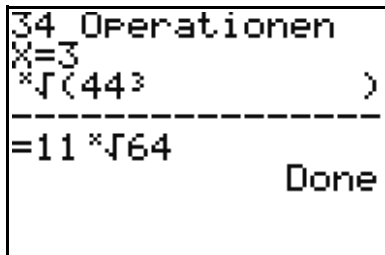


Abbildung 13: Programm C 44³ Problem /
Bildschirmaufnahme / 17.09.2015

$$\sqrt[3]{44^3} = 44$$

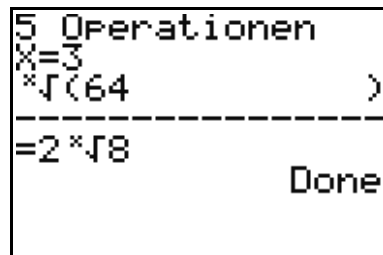


Abbildung 14: Programm C 4³ Problem /
Bildschirmaufnahme / 17.09.2015

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

Die Lösung ist nicht falsch aber wir wollen den größtmöglichen Faktor herausziehen. Wir müssen jetzt herausfinden woran das liegt.

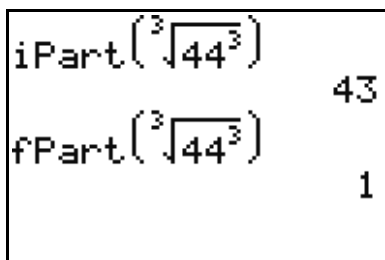


Abbildung 15: 44³ Parts Vergleich /
Bildschirmaufnahme / 18.09.2015

Leider gibt uns der Taschenrechner hier ein Fehler aus.

$\sqrt[3]{44^3}$ gibt eine Zahl mit nachkommastellen aus, obwohl das Ergebnis 44 ist (mit den Operatoren „iPart“ und „fPart“).

fPart Operation kann niemals 1 sein, da es nur irgendetwas mit 0,XXX... ausgeben müsste!

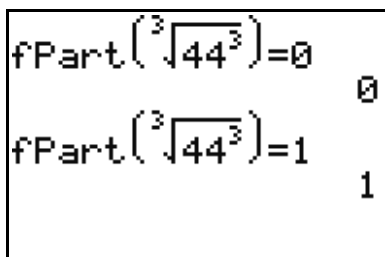


Abbildung 16: fPart gibt falschen Wert aus /
Bildschirmaufnahme / 18.09.2015

Hier mit den Vergleichsoperatoren.

Desweiteren läuft der Operator $\sqrt[X]{}$ (**xroot()**) langsamer ab als Operator $\sqrt{}$ (**sqrt()**), wenn für X=2 eingesetzt wird.

Programm B benötigt für die Aufgabe: $\sqrt{123^2 \times 321}$ circa 4,5 Sekunden.

Programm C benötigt circa 7 Sekunden dafür.

8 Programm D (fPart=1)

<pre> "Variablen A Wurzel aussen, B Wurzel innen, C Eingabe, D Zaehler, E Rechenoperationen, F Verschieben, X Hochzahl" "Lbl 0-6" Lbl 0 ClrHome Disp "" Disp "X=2" Output(1,1,"V0.4") Output(7,1,"2-7=X-te Wurzel") Output(8,3,"1=X Eingeben") Input "xroot(",C "Initialisieren 1->A "2te-Wurzel" If C>7:Goto 5 "X-Wurzel" ClrHome Disp "" Output(1,1,"V0.4") "C=1" If C=1 Then Output(3,1,"xroot(") Input "X=",X Input "xroot(",C Else "C=1-7" C->X Disp "X=" Output(2,3,X) Input "xroot(",C End "Rechenoperationen berechnen" int((X+1)xroot(C)*3)->E Output(1,1,E) "Verschiebung 1->F While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End Output(1,1+F," Operationen") "Innere Wurzel" For(D,1,int((X+1)xroot(C))) If fPart(Xxroot(C/D))=0:Goto 1 If fPart(Xxroot(C/D))=1:Goto 7 End "Haelfte erreicht" Output(3,16,"") "Aeussere Wurzel" For(D,D,2,~1) If fPart(C/D^X)=0:Goto 2 End If A!=1:Goto 3 Goto 6 "Innere Wurzel Loesung gefunden" Lbl 1 (Xxroot(C/D))->A D->B Goto 3 </pre>	<pre> "Aeussere Wurzel Loesung gefunden" Lbl 2 C/D^X->B D->A "Loesung ausgabe" Lbl 3 Disp "-----" Disp "" Output(5,1,"=") Output(5,2,A) If B=1:Goto 4 "Zahl schieben" 1->F While iPart(A/(10^F))!=0 F+1->F End Output(5,2+F,"xroot(") Output(5,4+F,B) Lbl 4 Stop "Quadratwurzel berechnen" Lbl 5 2->X "Rechenoperationen berechnen int(cuberoor(C)*2)->E Output(1,1,E) 1->F While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End Output(1,1+F," Operationen") "Innere Wurzel For(D,1,E) If fPart(sqrt(C/D))=0:Goto 1 End "Haelfte erreicht Output(3,16,"") "Aeussere Wurzel For(D,D,2,~1) If fPart(C/D^2)=0:Goto 2 End "Kein Faktor gefunden" Lbl 6 Disp "Kein Faktor","gefunden. Stop "fpart Fehler ausgleich Lbl 7 (iPart(Xxroot(C/D))+1->A D->B Goto 3 </pre>
--	---

Tabelle 5: Programm D / Selbsterstellte Unterlage / 11.10.2015

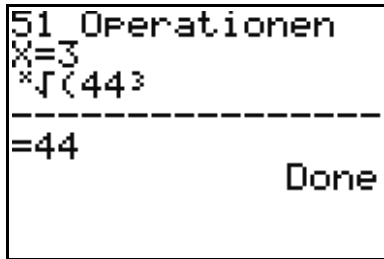


Abbildung 17: Programm D /
Bildschirmaufnahme / 11.10.2015

Komischerweise funktioniert der Befehl: „If fPart(Xxroot(C/D))=0 or 1:Goto 1“ nicht.
Andersrum zu positionieren hilft auch nicht: „If 0 or 1=fPart(Xxroot(C/D)):Goto 1“.
Da diese Programmierung nicht funktioniert, erhöht sich der Rechenaufwand um circa 50%
(Blau markiert auf der Seite 14).

8.1 Zweite Optimierung (Gerade, Ungerade Zahlen)

Wir versuchen das Programm weiter zu beschleunigen indem wir vielleicht versuchen die Zahlen in Gerade (G) und Ungerade (U) einzuteilen. Eine Gerade oder Ungerade Zahl erkennt man nur an der letzten Zahl.

Hierzu die Gesetzmäßigkeiten:

Mengen:	Eigenschaft:
$x, y, z = n \in \mathbb{Z}$	$\{-\infty, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, \infty\}$
$G = 2n \text{ für alle } n \in \mathbb{Z}$ $G = \{n \in \mathbb{Z} 2m = n\}$	$\{-\infty, \dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots, \infty\}$ $G = 2x$
$U = 2n+1 \text{ für alle } n \in \mathbb{Z}$ $U = \{n \in \mathbb{Z} 2m+1 = n\}$	$\{-\infty, \dots, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \dots, \infty\}$ $U = 2x+1$
$Q \in \mathbb{Q}$	Für unsere Gesetzmäßigkeit / Analyse nicht brauchbar.
$P \in \mathbb{P}$	$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \dots, \infty\}$
$R \in \mathbb{R}$	Für unsere Gesetzmäßigkeit / Analyse nicht brauchbar.

Tabelle 6: Definition der Mengen / Selbsterstellte Unterlage / 29.09.2015

Regel:	Gesetzmäßigkeit:	Beweis:
Addition: (Mengen sind kommutativ [$G+U=U+G$])	$G_1+G_2=G_3$	$G_1+G_2=2x+2y=2(x+y) \rightarrow G_3$
	$G+U_1=U_2$ $U_1+G=U_2$	$G+U_1=2x+2y+1=2(x+y)+1 \rightarrow U_2$
	$U_1+U_2=G$	$U_1+U_2=2x+1+2y+1=2x+2y+2=2(x+y+1) \rightarrow G$
Subtraktion:	$G_1-G_2=G_3$	$G_1-G_2=2x-2y=2(x-y) \rightarrow G_3$
	$G-U_1=U_2$	$G-U_1=2x-(2y+1)=2x-2y-1=2x-2y-1+2-2=2x-2y-2+2=2(x-y-1)+2 \rightarrow U_2$
	$U_1-G=U_2$	$U_1-G=2x+1-2y=2(x-y)+1 \rightarrow U_2$
	$U_1-U_2=G$	$U_1-U_2=2x+1-(2y+1)=2x-2y+1-1=2(x-y) \rightarrow G$
Multiplikation: (Mengen sind kommutativ [$G \times U=U \times G$])	$G_1 \times G_2=G_3$	$G_1 \times G_2=2x \times 2y=2(2xy) \rightarrow G_3$
	$G_1 \times U=G_2$ $U \times G_1=G_2$	$G_1 \times U=2x \times (2y+1)=4xy+2x=2(2xy+x) \rightarrow G_2$
	$U_1 \times U_2=U_3$	$U_1 \times U_2=(2x+1) \times (2y+1)=4xy+2x+2y+1=2(2xy+x+y)+1 \rightarrow U_3$
Division:	$\frac{G_1}{G_2}=Q, G_3, U$	$\frac{G_1}{G_2}=\frac{2x}{2y}=\frac{x}{y} \rightarrow Q \text{ mit } y \neq 0, G_3 \text{ falls } x=(2z) \times y, U \text{ falls } x=(2z+1) \times y$
	$\frac{G_1}{U}=Q, G_2$	$\frac{G_1}{U}=\frac{2x}{2y+1}=2\left(\frac{x}{2y+1}\right) \rightarrow Q, G_2 \text{ falls } x=(2y+1) \times z$
	$\frac{U_1}{G_1}=Q_1$	$\frac{U_1}{G_1}=\frac{2x+1}{2y}=\frac{2x}{2y}+\frac{1}{2y}=\frac{x}{y}+\frac{1}{2y} \rightarrow Q_1 \text{ mit } y \neq 0$ $\frac{x}{y} \rightarrow Q_2, G_2, U_2 \left(\text{siehe } \frac{G_1}{G_2} \right)$ $\frac{1}{2y} \rightarrow Q_3 \text{ mit } Q_3 \leq \frac{1}{2} \text{ und } y \neq 0$ $Q_2, G_2, U_2 + Q_3 = Q_1$
	$\frac{U_1}{U_2}=Q, U_3$	$\frac{U_1}{U_2}=\frac{2x+1}{2y+1} \rightarrow Q, U_3 \text{ falls } x=y \text{ oder } y=0$

Tabelle 7: Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division / Selbsterstellte Unterlage / 29.09.2015

Regel:	Gesetzmäßigkeit:	Beweis:
Potenz:	$\left. \begin{array}{l} G_1^{G_2} = G_3 \\ G_1^U = G_2 \end{array} \right\} G_1^x = G_2 \text{ mit } x \neq 0$ $\left. \begin{array}{l} U_1^G = U_2 \\ U_1^{U_2} = U_3 \end{array} \right\} U_1^x = U_2$	Siehe Multiplikation
Wurzel:	$G_4 \sqrt[G_2]{G_2} = R, G_4$ <p>Teilergebnisse:</p> $G_5 \sqrt[G_6]{G_6}$ $G_7 \sqrt[G_7]{U_7}$ $U_8 \sqrt[G_8]{G_8}$	$\sqrt[G_2]{G_2} = \sqrt[G_2]{G_3 \times U_3} = \sqrt[2x]{2y \times (2z+1)} = \sqrt[2x]{2y} \times \sqrt[2x]{2z+1}$ $\rightarrow R, G_4 \text{ falls } (2y)^{2x} \times (2z+1)^{2x}$ <p>Teilergebnisse:</p> $G_5 \sqrt[G_6]{G_6} \text{ falls } (2y)^{2x+1} \text{ und } z = 0$ $G_7 \sqrt[G_7]{U_7} \text{ falls } (2y)^{2x} \text{ und } z \neq 0$ $U_8 \sqrt[G_8]{G_8} \text{ falls } (2z+1)^{2x}$ <p>Ansonsten:</p> $\sqrt[G_2]{G_2}$
	$U_4 \sqrt[U_2]{G_2} = R, G_4$ <p>Teilergebnisse:</p> $G_5 \sqrt[U_6]{G_6}$ $G_7 \sqrt[U_7]{U_7}$ $U_8 \sqrt[U_8]{G_8}$	$\sqrt[U_2]{G_2} = \sqrt[U_2]{G_3 \times U_3} = \sqrt[2x+1]{2y \times (2z+1)} =$ $\sqrt[2x+1]{2y} \times \sqrt[2x+1]{2z+1} \rightarrow R, G_4 \text{ falls } (2y)^{2x+1} \times (2z+1)^{2x+1}$ <p>Teilergebnisse:</p> $G_5 \sqrt[U_6]{G_6} \text{ falls } (2y)^{2x+1+1} \text{ und } z = 0$ $G_7 \sqrt[U_7]{U_7} \text{ falls } (2y)^{2x+1} \text{ und } z \neq 0$ $U_8 \sqrt[U_8]{G_8} \text{ falls } (2z+1)^{2x+1}$ <p>Ansonsten:</p> $\sqrt[U_2]{G_2}$
	$G_3 \sqrt[G_2]{U_2} = R, U_3$ <p>Teilergebnisse:</p> $U_4 \sqrt[G_5]{U_5}$	$\sqrt[G_2]{U_2} = \sqrt[2x]{2y+1} \rightarrow R, U_3 \text{ falls } (2y+1)^{2x}$ <p>Teilergebnisse:</p> $U_4 \sqrt[G_5]{U_5} \text{ falls } (2y+1)^{2x+1}$ <p>Ansonsten:</p> $\sqrt[G_2]{U_2}$
	$U_4 \sqrt[U_2]{U_2} = R, U_3$ <p>Teilergebnisse:</p> $U_4 \sqrt[U_5]{U_5}$	$\sqrt[U_2]{U_2} = \sqrt[2x+1]{2y+1} \rightarrow R, U_3 \text{ falls } (2y+1)^{2x+1}$ <p>Teilergebnisse:</p> $U_4 \sqrt[U_5]{U_5} \text{ falls } (2y+1)^{2x+1+1}$ <p>Ansonsten:</p> $\sqrt[U_2]{U_2}$

Tabelle 8: Potenz, Wurzel / Selbsterstellte Unterlage / 29.09.2015

Der rot markierte Buchstabe entspricht der eingegebenen Zahl.
 Die blauen Buchstaben sind Variablen die hoch oder runter gezählt werden.
 In Klammern Gesetzter Term wird vom Taschenrechner ausgerechnet und vor die Wurzel gesetzt.
 Grüne Ergebnisse können nicht als eine gefundene Lösung gezeigt werden, denn das Ergebnis wäre immer eine rationale Zahl Q, reelle Zahl R, oder ist nicht weiter zu vereinfachen.
 Primzahlen können nie in zwei natürliche Faktoren geteilt werden.

Operation:	Ergebnis:	Beispiel:
Gerade Zahl wurde eingegeben (G).		
$\sqrt[x]{\left(\frac{G}{G}\right) \times G}$	$\sqrt[x]{G}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\left(\frac{2 \times 2}{2}\right) \times 2} = R \sqrt[3]{2}$
	G	Keine Lösung $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{\left(\frac{2 \times 2 \times 2}{2}\right) \times 2} = R \sqrt[3]{2}$
	$G \sqrt[x]{G}$	$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{\left(\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2}\right) \times 2} = 2 \sqrt[3]{2}$
	$G \sqrt[x]{U}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{\left(\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{2}\right) \times 2} = R \sqrt[3]{2}$
	$U \sqrt[x]{G}$	$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{\left(\frac{2 \times 3 \times 3 \times 3}{2}\right) \times 2} = 3 \sqrt[3]{2}$
$\sqrt[x]{\left(\frac{G}{U}\right) \times U}$	$\sqrt[x]{G}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\left(\frac{2 \times 2}{3}\right) \times 3} = R \sqrt[3]{3}$
	G	Keine Lösung $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{\left(\frac{2 \times 2 \times 2}{3}\right) \times 3} = R \sqrt[3]{3}$
	$G \sqrt[x]{G}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{\left(\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3}\right) \times 3} = R \sqrt[3]{3}$
	$G \sqrt[x]{U}$	$\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{\left(\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{3}\right) \times 3} = 2 \sqrt[3]{3}$
	$U \sqrt[x]{G}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{\left(\frac{2 \times 3 \times 3 \times 3}{3}\right) \times 3} = R \sqrt[3]{3}$
$\sqrt[x]{\frac{G}{G^x} \times (G^x)} = G \sqrt[x]{\frac{G}{G^x}}$	$\sqrt[x]{G}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 2}{2^3} \times (2^3)} = 2 \sqrt[3]{Q}$
	G	$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 2 \times 2}{2^3} \times (2^3)} = 2$
	$G \sqrt[x]{G}$	$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2^3} \times (2^3)} = 2 \sqrt[3]{2}$
	$G \sqrt[x]{U}$	$\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{2^3} \times (2^3)} = 2 \sqrt[3]{3}$
	$U \sqrt[x]{G}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 3 \times 3 \times 3}{2^3} \times (2^3)} = 2 \sqrt[3]{Q}$

Tabelle 9: Mögliche Ergebnisse bei geraden Zahlen / Selbsterstellte Unterlage / 30.09.2015

$\sqrt[x]{\frac{G}{U^x}} \times (U^x) = U \sqrt[x]{\frac{G}{U^x}}$	$\sqrt[x]{G}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 2}{3^3} \times (3^3)} = 3 \sqrt[3]{Q}$
	G	Keine Lösung $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 2 \times 2}{3^3} \times (3^3)} = 3 \sqrt[3]{Q}$
	$G \sqrt[x]{G}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3^3} \times (3^3)} = 3 \sqrt[3]{Q}$
	$G \sqrt[x]{U}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{3^3} \times (3^3)} = 3 \sqrt[3]{Q}$
	$U \sqrt[x]{G}$	$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 3 \times 3 \times 3}{3^3} \times (3^3)} = 3 \sqrt[3]{2}$
Operation:	Ergebnis:	Beispiel:
Ungerade Zahl wurde eingegeben (U).		
$\sqrt[x]{\left(\frac{U}{G}\right) \times G}$	$Q \sqrt[x]{G}$	Keine Lösung
$\sqrt[x]{\left(\frac{U}{U}\right) \times U}$	$\sqrt[x]{U}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{\left(\frac{3 \times 3}{3}\right) \times 3} = R \sqrt[3]{3}$
	U	Keine Lösung $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{\left(\frac{3 \times 3 \times 3}{3}\right) \times 3} = R \sqrt[3]{3}$
	$U \sqrt[x]{U}$	$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{\left(\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3}\right) \times 3} = 3 \sqrt[3]{3}$
$\sqrt[x]{\frac{U}{G^x}} \times (G^x) = G \sqrt[x]{\frac{U}{G^x}}$	$G \sqrt[x]{Q}$	Keine Lösung
$\sqrt[x]{\frac{U}{U^x}} \times (U^x) = U \sqrt[x]{\frac{U}{U^x}}$	$\sqrt[x]{U}$	Keine Lösung $\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 3}{3^3} \times (3^3)} = 3 \sqrt[3]{Q}$
	U	$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 3 \times 3}{3^3} \times (3^3)} = 3$
	$U \sqrt[x]{U}$	$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3^3} \times (3^3)} = 3 \sqrt[3]{3}$
<p>Hieraus folgt, dass wenn man eine ungerade Zahl eingibt, kann nur eine ungerade Zahl abgezogen werden und/oder auch eine ungerade Zahl in der Wurzel übrig bleiben.</p> <p>Deshalb können wir auch nur mit ungeraden Zahlen die Wurzel auflösen.</p>		

Tabelle 10: Mögliche Ergebnisse bei ungeraden Zahlen / Selbsterstellte Unterlage / 30.09.2015

9 Programm E (Gerade Ungerade)

<pre> "Variablen A Wurzel aussen, B Wurzel innen, C Eingabe, D Zaehler, E Rechenoperationen, F Verschieben, G Gerade Ungerade, X Hochzahl" "Lbl 0-6" Lbl 0 ClrHome Disp "" Disp "X=2" Output(1,1,"V0.5") Output(7,1,"2-7=X-te Wurzel") Output(8,3,"1=X Eingeben") Input "xroot(",C "Initialisieren 1->A "2te-Wurzel" If C>7:Goto 5 "X-Wurzel" ClrHome Disp "" Output(1,1,"V0.5") "C=1" If C=1 Then Output(3,1,"xroot(") Input "X=",X Input "xroot(",C Else "C=1-7" C->X Disp "X=" Output(2,3,X) Input "xroot(",C End "Zahl Ungerade" 1->G If remainder(C,2)=1:2->G "Rechenoperationen berechnen" int((X+1)xroot(C)*3/G)->E Output(1,1,E) "Verschiebung 1->F While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End Output(1,1+F," Operationen") "Innere Wurzel" For(D,1,int((X+1)xroot(C)),G) If fPart(Xxroot(C/D))=0:Goto 1 If fPart(Xxroot(C/D))=1:Goto 7 End "Haelfte erreicht" Output(3,16,"") "Aeussere Wurzel" For(D,D,2,~G) If fPart(C/D^X)=0:Goto 2 End "Innere Wurzel Loesung gefunden" Lbl 1 (Xxroot(C/D))->A D->B Goto 3 </pre>	<pre> "Aeussere Wurzel Loesung gefunden" Lbl 2 C/D^X->B D->A "Loesung ausgabe" Lbl 3 Disp "-----" Disp "" Output(5,1,"") Output(5,2,A) If B=1:Goto 4 "Zahl schieben" 1->F While iPart(A/(10^F))!=0 F+1->F End Output(5,2+F,"xroot(") Output(5,4+F,B) Lbl 4 Stop "Quadratwurzel berechnen" Lbl 5 2->X "Zahl Ungerade" 1->G If remainder(C,2)=1:2->G "Rechenoperationen berechnen" int(cuberoor(C)*2/G)->E Output(1,1,E) 1->F While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End Output(1,1+F," Operationen") "Innere Wurzel For(D,1,E,G) If fPart(sqrt(C/D))=0:Goto 1 End "Haelfte erreicht Output(3,16,"") "Aeussere Wurzel For(D,D,2,~G) If fPart(C/D^2)=0:Goto 2 End "Kein Faktor gefunden" Lbl 6 Disp "Kein Faktor", "gefunden. Stop "fpert Fehler ausgleich Lbl 7 (iPart(Xxroot(C/D))+1->A D->B Goto 3 </pre>
--	--

Tabelle 11: Programm E / Selbsterstellte Unterlage / 30.09.2015

9.1 Weitere Probleme mit der Lösungsfindung

Leider taucht auch hier ein Fehler auf. Ab $\sqrt[3]{810^3}$ bis $\sqrt[3]{2154^3}$.

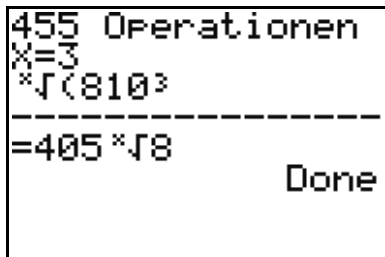


Abbildung 18: Programm E 810^3 /
Bildschirmaufnahme / 22.09.2015

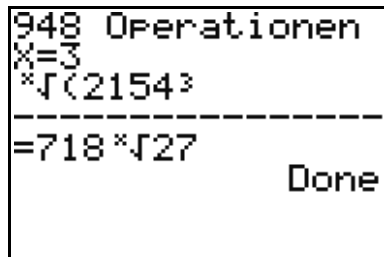


Abbildung 19: Programm E 2154^3 /
Bildschirmaufnahme / 22.09.2015

In der Wurzel bleibt eine Zahl B übrig die ja weiter Faktorisiert werden kann. Deshalb wird das Programm einfach nochmal durchlaufen.

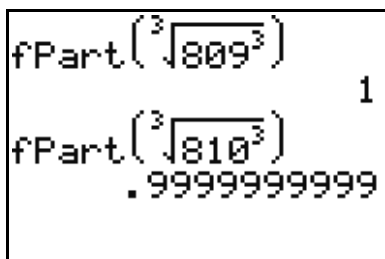


Abbildung 20: Rundungsfehler /
Bildschirmaufnahme / 22.09.2015

Das liegt vermutlich daran, dass der Taschenrechner anfängt zu runden.

Mit diesen Eingaben wurde der Fehler entdeckt.

$\sqrt[3]{1709^3 \times 2}$ wird nicht berechnet.

$$\sqrt[3]{1708^3 \times 2} = 427 \sqrt[3]{128}$$

$$\sqrt[3]{128} = 4 \sqrt[3]{2}$$

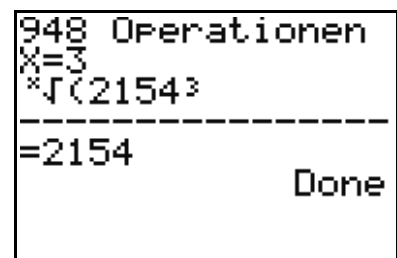
10 Programm F (Rundungsfehler)

"Variablen A Wurzel aussen, B Wurzel innen, C Eingabe, D Zaehler, E Rechenoperationen, F Verschieben, G Gerade Ungerade, H Wiederholen, X Hochzahl" "Lbl 0-8" Lbl 0 ClrHome Disp "" Disp "X=2" Output(1,1,"V0.6") Output(7,1,"2-7=X-te Wurzel") Output(8,3,"1=X Eingeben") Input "xroot(",C "Initialisieren 1->A "Wiederholen" 1->H "2te-Wurzel" If C>7:Goto 5 "X-Wurzel" ClrHome Disp "" Output(1,1,"V0.6") "C=1" If C=1 Then Output(3,1,"xroot(") Input "X=",X Input "xroot(",C Else "C=1-7" C->X Disp "X=" Output(2,3,X) Input "xroot(",C End 2->H "Zahl Ungerade" 1->G If remainder(C,2)=1:2->G "Rechenoperationen berechnen" int((X+1)xroot(C)*3/G)->E Output(1,1,E) "Verschiebung 1->F While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End Output(1,1+F," Operationen")	Lbl 8 "Innere Wurzel" For(D,1,int((X+1)xroot(C)),G) If fPart(Xxroot(C/D))=0:Goto 1 If fPart(Xxroot(C/D))=1:Goto 7 End "Haelfte erreicht" Output(3,16,"") "Aeussere Wurzel" For(D,D,2,~G) If fPart(C/D^X)=0:Goto 2 End If A!=1:Goto 3 Goto 6 "Innere Wurzel Loesung gefunden" Lbl 1 (Xxroot(C/D))A->A D->B Goto 3 "Aeussere Wurzel Loesung gefunden" Lbl 2 C/D^X->B AD->A "Loesung ausgabe" Lbl 3 "Wiederholen" If H>1 Then H-1->H B->C Goto 8 End Disp "-----" Disp "" Output(5,1,"=") Output(5,2,A) If B=1:Goto 4	"Zahl schieben" 1->F While iPart(A/(10^F))!=0 F+1->F End Output(5,2+F,"xroot(") Output(5,4+F,B) Lbl 4 Stop "Quadratwurzel berechnen" Lbl 5 2->X "Zahl Ungerade" 1->G If remainder(C,2)=1:2->G "Rechenoperationen berechnen" int(cuberoort(C)*2/G)->E Output(1,1,E) 1->F While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End Output(1,1+F," Operationen") "Innere Wurzel" For(D,1,E,G) If fPart(sqrt(C/D))=0:Goto 1 End "Haelfte erreicht" Output(3,16,"") "Aeussere Wurzel" For(D,D,2,~G) If fPart(C/D^^2)=0:Goto 2 End "Kein Faktor gefunden" Lbl 6 Disp "Kein Faktor", "gefunden." Stop "fpart Fehler ausgleich" Lbl 7 A(iPart(Xxroot(C/D))+1->A D->B Goto 3
---	---	---

Tabelle 12: Programm F / Selbsterstellte Unterlage / 22.09.2015

~ (Tilde) ist im TI84 negatives Vorzeichen (nicht Minus).

$A^{^2} = A2$
 $1|E10 = 1E10$
 $\text{sqrt}(= \sqrt{}$
 $\text{cuberoort}(= \sqrt[3]{}$
 $\text{xroot}(= \sqrt[x]{}$
 $\rightarrow = \rightarrow$

Abbildung 21: Programm F 2154³ / Bildschirmaufnahme / 22.09.2015

```

948 Operationen
X=3
*J(1709³*2      )
Kein
natuerlichen
Faktor gefunden.
Done

```

Trotzdem wird bei diesem Ausdruck keine Lösung gefunden:

$$\sqrt[3]{1709^3 \times 2}$$

Abbildung 22: Programm F 1709^3 mal 2 /
Bildschirmaufnahme / 22.09.2015

Jetzt wäre die Frage ob der alte Fehler von Programm C („7.1 Probleme mit der Lösungsfindung auf der Seite 13“) durch den neuen ersetzt werden kann.

Die Roten Doppelkreuze (#) zeigen das hier eine Zeile/Variable gelöscht wurde.

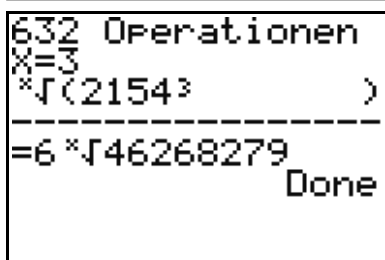
11 Programm G (fehlschlag)

"Variablen A Wurzel aussen, B Wurzel innen, C Eingabe, D Zaehler, E Rechenoperationen, F Verschieben, G Gerade Ungerade, H Wiederholen, X Hochzahl" "Lbl 0-8" Lbl 0 ClrHome Disp "" Disp "X=2" Output(1,1,"V0.7") Output(7,1,"2-7=X-te Wurzel") Output(8,3,"1=X Eingeben") Input "xroot(",C "Initialisieren 1->A "Wiederholen" 1->H "2te-Wurzel" If C>7:Goto 5 "X-Wurzel" ClrHome Disp "" Output(1,1,"V0.7") "C=1" If C=1 Then Output(3,1,"xroot(") Input "X=",X Input "xroot(",C Else "C=1-7" C->X Disp "X=" Output(2,3,X) Input "xroot(",C End 2->H "Zahl Ungerade" 1->G If remainder(C,2)=1:2->G "Rechenoperationen berechnen" int((X+1)xroot(C)*3/G)->E Output(1,1,E)	"Verschiebung 1->F While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End Output(1,1+F," Operationen") Lbl 8 "Innere Wurzel" For(D,1,int((X+1)xroot(C)),G) If fPart(Xxroot(C/D))=0:Goto 1 "# End "Haelfte erreicht" Output(3,16,"") "Aeussere Wurzel" For(D,D,2,~G) If fPart(C/D^X)=0:Goto 2 End If A!=1:Goto 3 Goto 6 "Innere Wurzel Loesung gefunden" Lbl 1 (Xxroot(C/D))A->A D->B Goto 3 "Aeussere Wurzel Loesung gefunden" Lbl 2 C/D^X->B DA->A "Loesung ausgabe" Lbl 3 "Wiederholen" If H>1 Then H-1->H B->C Goto 8 End Disp "-----" Disp ""	Output(5,1,"=") Output(5,2,A) If B=1:Goto 4 "Zahl schieben" 1->F While iPart(A/(10^F))!=0 F+1->F End Output(5,2+F,"xroot(") Output(5,4+F,B) Lbl 4 Stop "Quadratwurzel berechnen" Lbl 5 2->X "Zahl Ungerade" 1->G If remainder(C,2)=1:2->G "Rechenoperationen berechnen" int(cuberoot(C)*2/G)->E Output(1,1,E) 1->F While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End Output(1,1+F," Operationen") "Innere Wurzel" For(D,1,E,G) If fPart(sqrt(C/D))=0:Goto 1 End "Haelfte erreicht" Output(3,16,"") "Aeussere Wurzel" For(D,D,2,~G) If fPart(C/D^^2)=0:Goto 2 End "Kein Faktor gefunden" Lbl 6 Disp "Kein Faktor", "gefunden." Stop "#
---	---	---

Tabelle 13: Programm G / Selbsterstellte Unterlage / 22.09.2015

~ (Tilde) ist im TI84 negatives Vorzeichen (nicht Minus).

$A^{\wedge}2$	=	A2	sqrt(=	$\sqrt{\quad}$	xroot(=	$\sqrt[x]{\quad}$
1 E10	=	1E10	cuberoot(=	$\sqrt[3]{\quad}$	->	=	\rightarrow

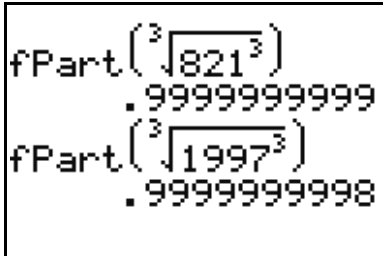


Leider nicht.
Somit wir das Programm F weiterentwickelt.

Abbildung 23: Programm G 2154³ /
Bildschirmaufnahme / 22.09.2015

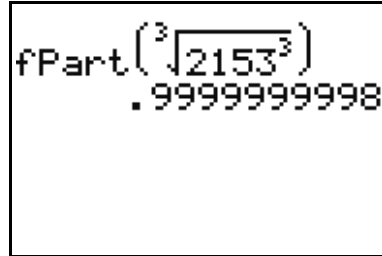
11.1 Rundungsfehlerkorrektur

Der Rundungsfehler tritt bei den Zahlen $\sqrt[3]{821^3}$ bis $\sqrt[3]{2153^3}$ auf, und zwar nur bei den Primzahlen. In diesen Bereich gibt es genau 184 Primzahlen (also zwischen 821 und 2153).



fPart($\sqrt[3]{821^3}$)
 .9999999999
 fPart($\sqrt[3]{1997^3}$)
 .9999999998

Abbildung 25: Rundungsfehler /
 Bildschirmaufnahme / 08.10.2017



fPart($\sqrt[3]{2153^3}$)
 .9999999998

Abbildung 24: Rundungsfehler 2 /
 Bildschirmaufnahme / 08.10.2017

Durch den Befehl „If fPart(Jxroot(C^J)*2/2)=1:Goto 6“ lassen sich die Fehlberechnungen von $\sqrt[3]{811^3}$ bis $\sqrt[3]{997^3}$ vermeiden.

Durch den Befehl „If fPart(Jxroot(C^J))>=0,999999999:Goto 6“ lassen sich die Fehlberechnungen von $\sqrt[3]{821^3}$ bis $\sqrt[3]{1993^3}$ vermeiden.

Durch den Befehl „If fPart(Jxroot(C^J))>=0,9999999998:Goto 6“ lassen sich die Fehlberechnungen von $\sqrt[3]{1997^3}$ bis $\sqrt[3]{2928^3}$ vermeiden.

$\sqrt[3]{2154^3} = 9.993.948.264$, jede weiterer Faktor überschreitet die 10.000.000.000 Grenze, deshalb könne wir hier aufhören. Änderung des Programms im Programm H ([Blau markiert auf der Seite 28](#)).

fpart = 1 und der Rundungsfehler haben den selben Ursprung. Der Taschenrechner rundet bei so hohen Zahlen.

Wurzel- exponent	Radikand mit höchster Potenz für diesen Wurzelexponent	Höchstwert	Höchstwert -1	Nachkommaanteil	Ergebnis
z.B.: 3	2154	2154^3	$2154^3 - 1$	$\sqrt[3]{2154^3 - 1} = \sqrt[3]{9.993.948.263} = 0,999\ 999\ 928\ 2$	Kein Faktor gefunden
2	100.000	10.000.000.000	9.999.999.999	0,999995	$3 \times \sqrt[3]{1.111.111.111}$
3	2.154	9.993.948.264	9.993.948.263	0,9999999282	Kein Faktor gefunden
4	316	9.971.220.736	9.971.220.735	0,9999999921	Kein Faktor gefunden
5	100	10.000.000.000	9.999.999.999	0,999999998	Kein Faktor gefunden
6	46	9.474.296.896	9.474.296.895	0,9999999992	Kein Faktor gefunden
7	26	8.031.810.176	8.031.810.175	0,9999999995	Kein Faktor gefunden
8	17	6.975.757.441	6.975.757.440	0,9999999997	Kein Faktor gefunden
9	12	5.159.780.352	5.159.780.351	0,9999999997	Kein Faktor gefunden
10	10	10.000.000.000	9.999.999.999	0,9999999999	Konnte nicht berechnet werden
11	8	8.589.934.592	8.589.934.591	0,9999999999	Konnte nicht berechnet werden
12	6	2.176.782.336	2.176.782.335	0,9999999998	Konnte nicht berechnet werden
13	5	1.220.703.125	1.220.703.124	0,9999999997	Kein Faktor gefunden
14	5	6.103.515.625	6.103.515.624	0,9999999999	Kein Faktor gefunden
15	4	1.073.741.824	1.073.741.823	0,9999999998	Konnte nicht berechnet werden
16	4	4.294.967.296	4.294.967.295	0,9999999999	Konnte nicht berechnet werden
17	3	129.140.163	129.140.162	0,9999999986	Kein Faktor gefunden
18	3	387.420.489	387.420.488	0,9999999996	Kein Faktor gefunden
19	3	1.162.261.467	1.162.261.466	0,9999999999	Kein Faktor gefunden
20	3	3.486.784.401	3.486.784.400	1	Kein Faktor gefunden
21	2	2.097.152	2.097.151	0,9999999546	Kein Faktor gefunden
22	2	4.194.304	4.194.303	0,9999999783	Kein Faktor gefunden
23	2	8.388.608	8.388.607	0,9999999896	Kein Faktor gefunden
24	2	16.777.216	16.777.215	0,999999995	Kein Faktor gefunden
25	2	33.554.432	33.554.431	0,9999999976	Kein Faktor gefunden
26	2	67.108.864	67.108.863	0,9999999989	Kein Faktor gefunden
27	2	134.217.728	134.217.727	0,9999999994	Kein Faktor gefunden
28	2	268.435.456	268.435.455	0,9999999997	Kein Faktor gefunden
29	2	536.870.912	536.870.911	0,9999999999	Konnte nicht berechnet werden
30	2	1.073.741.824	1.073.741.823	0,9999999999	Konnte nicht berechnet werden
31	2	2.147.483.648	2.147.483.647	1	Konnte nicht berechnet werden
32	2	4.294.967.296	4.294.967.295	1	Konnte nicht berechnet werden
33	2	8.589.934.592	8.589.934.591	1	Konnte nicht berechnet werden
34	1	1	0	0	

Tabelle 14: Rundungsfehler / Selbsterstellte Unterlage / 18.10.2017

Die Rot Markierten Felder werden durch das aufrunden des Rundungsfehlers (0,999 999 999 8), falsch berechnet. Diese Fehlberechnung wird durch folgende Programmierung überprüft:

"Berechnung pruefen

expr(Str1->C

If abs(C)!=A^IB

Then

Disp "Konnte nicht

Disp "Berechnet werden

Stop

End

(Rosa markiert auf der Seite 28).

Mir ist aufgefallen das man die Primzahl 2 herausfiltern kann und zwar solange bis nur noch eine ungerade Zahl übrigbleibt, durch die Erkenntnis von „8.1 Zweite Optimierung (Gerade, Ungerade Zahlen)“, auf der Seite 15 kann man die Rechenoperationen weiter reduzieren.

Damit werden die Rechenoperationen mit der Formel: $\sqrt[x+1]{C}$ berechnet.

In unserem Beispiel $\sqrt[3]{123^2 \times 321} \approx 169$

Die Variable G (Gerade Ungerade) kann dafür ersetzt werden, da wir jetzt immer eine ungeradene Zahl aus der Wurzel ziehen.

Frage: wie oft (Variable G) kann man aus einer eingegebenen Zahl C die Primzahl 2 herausnehmen? (Theoretisch)

$$2^G = C \quad | \quad \ln()$$

$$G \times \ln(2) = \ln(C)$$

$$G = \frac{\ln(C)}{\ln(2)}$$

Bei einer maximalen Eingabe von 10.000.000.000 ergibt dies: $\frac{\ln(10.000.000.000)}{\ln(2)} \approx 33$. Diese Berechnungen werden nicht in die Rechenoperationen miteinfließen.

Wie in Kapitel „8 Programm D (fPart=1) auf der Seite 14“ beschrieben steigt die Rechenoperationen um 50%. Dies lässt sich mit der folgende Programmierung vermeiden:

```
"Innere Wurzel
For(D,1,E,2)
    fPart(Ixroot(C/D))->J
    If J=0:Goto 1
    If J>=0.9999999998:Goto 6
End
```

Änderung des Programms im Programm H (Blau markiert auf der Seite 28).

Es werden auch alle unnötigen Zeichen entfernt, sowie einige Schutzfunktionen integriert.

Eine kurze Hilfestellung wird auch hinzugefügt, wie das Programm funktioniert.

Das Menü wird noch optimiert (Platzsparender programmiert).

Wir erweitern das Programm F soweit, dass er auch bei ungeradene Wurzelexponenten und negative Eingabe die Lösung zeigt, da es vermutlich schon das fertige Programm wird.

12 Programm H

```

"Variablen A Wurzel aussen, B Wurzel innen, C
Eingabe, D Zaehler, E Rechenoperationen, F
Verschieben, G Primzahl 2, H Negativ, I
Hochzahl, J Ergebnisberechnung beschleunigen
"Lbl 0-11
"String 1-3
"Komprimier Strings
"0=Beenden->Str2
" Operationen->Str3
2->I
Lbl 0
ClrHome
Disp "
Output(1,1,"V0.8
If I>0 and I<=33
Then
    Disp "
    Output(2,1,"X=
    Output(2,3,I
    Else
    Output(2,6,":Maximal 33
    Output(8,3,Str2
    Input "X=",I
    If I<0:Goto 9
    If I=0:Stop
    If I>33:Goto 8
End
Output(5,1,"3-7=X-te Wurzel
Output(6,3,"2=X Eingeben
Output(7,3,"1=Hilfe
Output(8,3,Str2
Input "xroot",Str1
expr(Str1->C
If C=0:Stop
If C=1:Goto 11
If C=2
Then
    34->I
    Goto 0
End
If C<8 and C>0
Then
    C->I
    Goto 0
End
If C>1|E10:Goto 8
"Negativabfrage
0->H
If C<0
Then
    If fPart(I)>0:Goto 9
    If fPart(I/2)!=.5:Goto 9
    1->H
    ~C->C
End
"Kommazahl eingeben
If fPart(C)>0:Goto 10
"Initialisieren
1->A
1->B
#
#

"Primzahl 2 herausfiltern
For(G,1,iPart(ln(C)/ln(2))+1)
    If fPart(C/2^G)>0:Goto 7
End
Lbl 7
G-1->G
If G>0:C/2^G->C
"Rechenoperationen berechnen
int((I+1)xroot(C->E
"Rechenoperationen auf Display
Output(1,1,E
1->F
While iPart(E/(10^F))!=0
    F+1->F
End
Output(1,1+F,Str3
"Quadratwurzel berechnen
If I=2:Goto 4

"X-Wurzel berechnen
#
"Innere Wurzel
For(D,1,E,2)
    fPart(Ixroot(C/D))->J
    If J=0:Goto 1
    If J>=0.9999999998:Goto 6
End
"Haelfte erreicht
Output(3,16,")
"Aeussere Wurzel
For(D,D,2,~2)
    If fPart(C/D^I)=0:Goto 2
End
"2^^2*3
C->B
"Primzahl noch uebrig
If G>=I:Goto 3
Goto 5

"Innere Wurzel Loesung gefunden
Lbl 1
#(Ixroot(C/D->A
D->B
Goto 3

"Aeussere Wurzel Loesung gefunden
Lbl 2
#D->A
C/D^I->B

"Loesung ausgabe
Lbl 3
#
#
#
#
#
" Falls X Wurzel nur aus Primzahl 2 und unter
2^X
If G<I and A=1:Goto 5

"Maximale Rechenoperationen
ClrHome
Disp "
Output(1,1,E
Output(1,1+F,Str3
"X=
Disp "X=
Output(2,3,I
"Wurzel=
Disp "xroot
Output(3,3,Str1
"benoetigte Rechenoperationen
If A<B
Then
    E-A/2->E
    Else
    B/2->E
End
"Verschieben
1->F
While iPart(E/(10^F))!=0
    F+1->F
End
"Primzahl zurueck rechnen
While G>=I
    2A->A
    G-I->G
End
B2^G->B
"1.5xroot(44
If fPart(B)>0:Goto 5
"Berechnung pruefen
expr(Str1->C
If abs(C)!=A^IB
Then
    Disp "Konnte nicht
    Disp "Berechnet werden
    Stop
End
"Negativ richtig drehen
If H=1
Then
    If B=1
    Then
        ~A->A
    Else
        ~B->B
    End
End
"Ergebnis
Disp "-----
Output(4,17-F,int(E
Disp "
Output(5,1,"=
Output(5,3,A
"Negative Loesung auch richtig
If fPart(I/2)=0
Then
    Output(6,1,"=~
    Output(6,3,A
End
If B=1:Stop

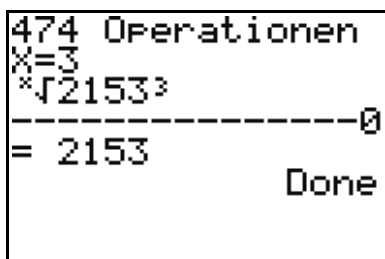
```

<pre> "Zahl B schieben 1->F While iPart(A/(10^F))!=0 F+1->F End Output(5,3+F,"xroot Output(5,5+F,B "Negative Loesung auch richtig If fPart(I/2)=0 Then Output(6,3+F,"xroot Output(6,5+F,B End Stop "Quadratwurzel berechnen Lbl 4 "Innere Wurzel For(D,1,E,2) If fPart(sqrt(C/D))=0:Goto 1 End "Haelfte erreicht Output(3,16,") "Aeussere Wurzel For(D,D,2,~2) If fPart(C/D^^2)=0:Goto 2 End "2^^2*3 C->B "Primzahl noch uebrig If G>=1:Goto 3 </pre>	<pre> "Kein Faktor gefunden Lbl 5 ClrHome "Rechenoperationen Disp " Output(1,1,E Output(1,1+F,Str3 "X= Disp "X= Output(2,3,I "Wurzel= Disp "xroot Output(3,3,Str1 Disp "Kein Faktor Disp "gefunden. Stop "fpert Fehler ausgleich Lbl 6 #(iPart(Ixroot(C/D))+1->A D->B Goto 3 "Zahl zu gross Lbl 8 Pause "Zahl zu gross. Goto 0 </pre>	<pre> "Negative Zahl Lbl 9 Disp "Keine negative Pause "Zahl eingeben. Goto 0 "Keine Nachkommastellen Lbl 10 Disp "Keine Nachkomma- Pause "stellen eingeben Goto 0 "Hilfe Lbl 11 ClrHome Disp "Dieses Programm Disp "zieht die groes- Disp "ste natuerliche Disp "Zahl aus der Disp "Wurzel z.B.: Pause "cuberoor(192)=4*cuberoor(3) Goto 0 </pre>
--	---	---

Tabelle 15: Programm H / Selbsterstellte Unterlage / 18.10.2017

~ (Tilde) ist im TI84 negatives Vorzeichen (nicht Minus).

$A^{^2}$	=	A^2
$1 E10$	=	$1E10$
$\text{sqrt}($	=	$\sqrt{\quad}$
$\text{xroot}($	=	$\sqrt[x]{\quad}$
\rightarrow	=	\rightarrow



Dauer bis Lösungsfindung: circa 1 Sekunden.

Abbildung 26: Programm H 2153³ /
Bildschirmaufnahme / 08.10.2017

Die höchste einzugeben Zahl die mit keiner Wurzelexponent gelöst werden kann ist die: 9.999.999.997.

Den seine Primfaktoren sind: 13 x 769.230.769.

Die Berechnungsdauer ist hier am höchsten, das ist die maximale Wartezeit für eine Antwort, die nicht überschritten werden kann.

Bei einer Quadratwurzelberechnung dauert es ca.33 Sekunden und bei der Kubikwurzelberechnung beträgt die Wartezeit ca. 9 Sekunden.

13 Programm Test / Anforderung

Um dieses Programm mit anderen zu vergleichen, können folgende Aufgaben gestellt werden:

Für benötigte Rechenoperationen-überprüfung.

$$\sqrt[2]{2^2 \times 3} = 2 \sqrt[2]{3} \quad / \quad 0 \text{ Rechenoperation von 1 Rechenoperationen}$$

$$\sqrt[3]{251^3 \times 47} = 251 \sqrt[3]{47} \quad / \quad 23 \text{ Rechenoperationen von 165 Rechenoperationen}$$

$$\sqrt[3]{251 \times 47^3} = 47 \sqrt[3]{251} \quad / \quad 47 \text{ Rechenoperationen von 71 Rechenoperationen}$$

Für fpart=1 Überprüfung.

$$\sqrt[3]{44^3} = 44$$

Für Rundungsfehler-überprüfung.

$$\sqrt[3]{2153^3} = 2153$$

Maximale Berechnungsdauer.

$\sqrt[2]{9.999.999.997} =$ keine Lösung, denn 9.999.999.997 in seine Primfaktoren zerlegt: 13 x 769.230.769.
Berechnungsdauer ca. 33 Sekunden.

$\sqrt[3]{9.999.999.997} =$ keine Lösung.
Berechnungsdauer ca. 9 Sekunden.

Speicherplatz.

RAM FREE	19710
ARC FREE	1606K
▶ SIMPLIFA	1428
SIMPLIFM	802
TEILWEIA	1455
TEILWEIM	811

Abbildung 27: Speicherplatzverbrauch /
Bildschirmaufnahme / 19.12.2017

14 Konkurrenzprogramme

Aufgabe: Programmname:	$\sqrt[2]{123^2 \times 321} = 123 \sqrt[2]{321}$	$\sqrt[2]{9.999.999.997} = \sqrt[2]{9.999.999.997}$	$\sqrt[3]{123^3 \times 321} = 123 \sqrt[3]{321}$	$\sqrt[3]{44^3} = 44$	$\sqrt[3]{2.153^3} = 2.153$	$\sqrt[3]{9.999.999.997} = \sqrt[3]{9.999.999.997}$	Eingabe des höchsten Wurzelexponent	RAM [Speicherplatz]	Internetadresse:
TEILWEIA V1.0	3 Sekunden	33 Sekunden	4 Sekunden	1 Sekunde	1 Sekunde	9 Sekunden	33	1.455	<div>Hintergrundfarbe</div> <div>Bester / Schnellster in dieser Kategorie / Aufgabe</div> <div>Ok</div> <div>Dauer über 33 Sekunden</div> <div>Teilberechnung oder Zeitüberschreitung</div>
TEILWEIM V1.0	4 Sekunden	52 Sekunden	4 Sekunden	1 Sekunde	1 Sekunde	9 Sekunden	33	811	
asqrt.zip	2 Sekunden	ERR: MEMORY 31 Sekunden	—	—	—	—	2	210	
equesolve3.zip	$3 \sqrt[3]{539.601}$ 1 Sekunde	$\sqrt[2]{10.000.000.000}$ 1 Sekunde	—	—	—	—	2	609	
mathtoolsalgebra1.zip	ERR: MEMORY 42 Sekunden	ERR: MEMORY 47 Sekunden	—	—	—	—	2	9.415	
p_radical.zip	$3 \sqrt[3]{539.601}$ 1 Sekunde	1 Sekunde	—	—	—	—	2	233	
radicalsimplify.zip	27 Sekunden	über 4 Minuten → abgebrochen	10 Sekunden	$22 \sqrt[3]{8}$ 1 Sekunde	$\sqrt[3]{9.980.035.577}$ 28 Sekunden	28 Sekunden	3	676	
radicalv2.zip	1 Minute	über 4 Minuten → abgebrochen	—	—	—	—	2	532	
sqrt.zip	21 Sekunden	über 4 Minuten → abgebrochen	21 Sekunden	1 Sekunde	2 Minuten und 6 Sekunden	über 4 Minuten → abgebrochen	332	797	
sqsimp.zip	über 4 Minuten → abgebrochen	über 4 Minuten → abgebrochen	—	—	—	—	2	384	
square_simpliflyer.zip	$3 \sqrt[3]{539.601}$ 1 Sekunde	$2 \sqrt[2]{2.499.999.999}$ 1 Sekunde	—	—	—	—	2	410	http://www.ticalc.org/pub/83plus/basic/math/algebra/
radicale.zip	1 Minuten und 2 Sekunden	über 4 Minuten → abgebrochen	24 Sekunden	1 Sekunde	1 Sekunde	$1 \sqrt[3]{999.999.997}$ 72 Sekunden	9.999.999.999	546	
REDRAT	$3 \sqrt[3]{539.601}$ 1 Sekunde	1 Sekunde	—	—	—	—	2	104	
SQRT.zip (Primzahlliste)	4 Sekunden	ERR: SYNTAX 16 Sekunden	—	—	—	—	2	589 (1.516)	https://www.cemetechnet.net/programs/index.php?mode=folder&path=/83plus/basic/math/

Tabelle 16: Berechnungsdauer der Konkurrenzprogramme / Selbsterstellte Unterlage / 18.10.2017

Das Programm „radicale.zip“ hat als Vorteil, bis zum 9.999.999.999 Wurzelexponent aufzulösen. Wenn man aber bedenkt das $2^{33} = 8.589.934.592$ und $2^{34} = 17.179.869.184$, übersteigt 2^{34} die Genauigkeit des Taschenrechners. Die 2 ist der kleinste Faktor der gezogen werden kann. Es macht also kein Sinn höher als die 33 Wurzelpotenz zu gehen, denn wir haben nur 10 Stellen zur Verfügung.

15 Editionen

Desweiteren erzeugen wir verschieden Programme, für die jeweiligen Ansprüche.

z.B.:

- **Absolut**, (TEILWEIA)
- **Mini**, alle unnötige Elemente entfernt z.B. schnellere Quadratwurzelberechnung, Operationen anzeige, benötigte Operationen, Hilfe. (TEILWEIM)
- Englische Edition **Absolute**. (SIMPLIFA)
- Englische Edition **Mini**. (SIMPLIFM)

Die hier gezeigten Edition wurden im Gegensatz zu Programm H platzsparend programmiert, da mir hinterher immer wieder neue Ideen kamen, wie ich das Programm kleiner schreiben konnte.

Die Kommentare sind mit der roten Schrift gegenzeichnet.

Die grüne Schrift zeigt die Schutzfunktionen des Programms (Falscheingabe durch den Anwender).

Kommentar	Absolut	Mini
"Variablen A Wurzel aussen, B Wurzel innen, C Eingabe, D Zaehler, E Rechenoperationen, F Verschieben, G Primzahl 2, H Negativ, I Hochzahl, J Ergebnisberechnung beschleunigen "Lbl 0-11 "String 1-3 "Komprimier Strings "0=Beenden->Str2 "Operationen_>Str3 2->I Lbl 0 ClrHome Disp "V1.0 Kommentar If I>0 and I<=33 Then Disp "X= Output(2,3,I Else Output(2,6,"Maximal 33 Output(8,3,Str2 Input "X=",I If I<0:Goto 9 If I=0:Stop If I>33:Goto 8 End Output(5,1,"3-7=X-te Wurzel Output(6,3,"2=X Eingeben Output(7,3,"1=Hilfe Output(8,3,Str2 Input "xroot",Str1 expr(Str1->C If C=0:Stop If C=1:Goto 11 If C=2 Then 34->I Goto 0 End If C<8 and C>0 Then C->I Goto 0 End "Negativabfrage 0->H	"0=Beenden->Str1 2->I Lbl 0 ClrHome Disp "V1.0 Absolut If I>0 and I<=33 Then Disp "X= Output(2,3,I Else Output(2,6,"Maximal 33 Output(8,3,Str1 Input "X=",I If I<0:Goto 9 If I=0:Stop If I>33:Goto 8 End Output(5,1,"3-7=X-te Wurzel Output(6,3,"2=X Eingeben Output(7,3,"1=Hilfe Output(8,3,Str1 Input "xroot",C C->K If C=0:Stop If C=1 Then ClrHome Disp "Dieses Programm Disp "zieht die groes- Disp "ste natuerliche Disp "Zahl aus der Disp "Wurzel z.B.: Pause "cuberoot(192)=4*cuberoot(3) Goto 0 End If C=2 Then 34->I Goto 0 End If C<8 and C>0 Then C->I Goto 0 End 0->H	2->I Lbl 0 ClrHome Disp "V1.0 Mini Disp "X= Output(2,3,I Output(7,1,"2-33=X-te Wurzel Output(8,4,"0=Beenden Input "xroot",C C->K If C=0:Stop If C<34 and C>0 Then C->I Goto 0 End 0->H


```

If C<0
Then
    If fPart(I)>0:Goto 9
    If fPart(I/2)!=.5:Goto 9
    1->H
    ~C->C
End
If C>1|E10:Goto 8
"Kommazahl eingeben
If fPart(C)>0:Goto 10

"Initialisieren
1->A
1->B
"Primzahl 2 herausfiltern
For(G,1,iPart(ln(C)/ln(2)))
    If fPart(C/2^G)>0:Goto 7
End
Lbl 7
G-1->G
If G>0:C/2^G->C

"Rechenoperationen berechnen
int((I+1)xroot(C->E
Output(1,1,Str3
"Rechenoperationen auf Display
Output(1,13,E
"Quadratwurzel berechnen
If I=2:Goto 4
"X-Wurzel berechnen
"Innere Wurzel
For(D,1,E,2)
    fPart(Ixroot(C/D))>J
    If J=0:Goto 1
    If J>=0.99999999998:Goto 6
End

"Haelfte erreicht
Output(3,16,")
"Aeusere Wurzel
For(D,D,2,~2)
    If fPart(C/D^I)=0:Goto 2
End

"2^^2*3
C->B
"Primzahl noch uebrig
If G>=1:Goto 3
Goto 5

"Innere Wurzel Loesung gefunden
Lbl 1
(Ixroot(C/D->A
D->B
Goto 3

"Aeusere Wurzel Loesung gefunden
Lbl 2
D->A
C/D^I->B

"Loesung ausgabe
Lbl 3
"Falls X Wurzel nur aus Primzahl 2 und unter 2^X
If G<1 and A=1:Goto 5
"Maximale Rechenoperationen
ClrHome
Disp "
Output(1,1,Str3
Output(1,13,E
"X=
Disp "X=
Output(2,3,1
"Wurzel=
Disp "xroot
Output(3,3,Str1
"benoetigte Rechenoperationen
If A<B
Then
    E-A/2->E
Else
    B/2->E
End
"Verschieben
1->F

```

```

If C<0
Then
    If fPart(I)>0 or fPart(I/2)!=.5:Goto 9
    1->H
    ~C->C
End
If C>10^(10:Goto 8
If fPart(C)>0
Then
    Disp "Keine Nachkomma-
    Pause "stellen eingeben
    Goto 0
End
1->A
1->B
For(G,1,iPart(ln(C)/ln(2)))
    If fPart(C/2^G)>0:Goto 7
End
Lbl 7
G-1->G
If G>0:C/2^G->C

int((I+1)xroot(C->E
Output(1,1,"Operationen_
Output(1,13,E
If I=2:Goto 4

For(D,1,E,2)
    fPart(Ixroot(C/D))>J
    If J=0:Goto 1
    If J>=0.99999999998
    Then
        (iPart(Ixroot(C/D))+1->A
        D->B
        Goto 3
    End
End
Output(3,16,")
For(D,D,2,~2)
    If fPart(C/D^I)=0:Goto 2
End

C->B
If G>=1:Goto 3
Goto 5

Lbl 1
(Ixroot(C/D->A
D->B
Goto 3

Lbl 2
D->A
C/D^I->B

Lbl 3
If G<1 and A=1:Goto 5

If A<B
Then
    E-A/2->E
Else
    B/2->E
End
1->F

```

```

If C<0
Then
    If fPart(I)>0 or fPart(I/2)!=.5:Goto 0
    1->H
    ~C->C
End
If C>10^(10
Then
    Pause "Zahl zu gross.
    Goto 0
End
If fPart(C)>0:Goto 0

1->A
1->B
For(G,1,iPart(ln(C)/ln(2)))
    If fPart(C/2^G)>0:Goto 7
End
Lbl 7
G-1->G
If G>0:C/2^G->C

int((I+1)xroot(C->E

For(D,1,E,2)
    fPart(Ixroot(C/D))>J
    If J=0:Goto 1
    If J>=0.99999999998
    Then
        (iPart(Ixroot(C/D))+1->A
        D->B
        Goto 3
    End
End

For(D,D,2,~2)
    If fPart(C/D^I)=0:Goto 2
End

C->B
If G>=1:Goto 3
Goto 5

Lbl 1
(Ixroot(C/D->A
D->B
Goto 3

Lbl 2
D->A
C/D^I->B

Lbl 3
If G<1 and A=1 :Goto 5

```

<pre> While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End "Primzahl zurueck rechnen While G>=1 2A->A G-1->G End B2^G->B "1.5xroot(44 If fPart(B)>0:Goto 5 "Negativ richtig drehen If H=1 Then If B=1 Then ~A->A Else ~B->B End End "Ergebnis Disp "----- Output(4,17-F,int(E Disp " Output(5,1,"= Output(5,3,A "Negative Loesung auch richtig If fPart(1/2)=0 Then Output(6,1,"=~ Output(6,3,A End If B=1:Stop "Zahl B schieben 1->F While iPart(A/(10^F))!=0 F+1->F End Output(5,3+F,"xroot Output(5,5+F,B "Negative Loesung auch richtig If fPart(1/2)=0 Then Output(6,3+F,"xroot Output(6,5+F,B End Stop "Quadratwurzel berechnen Lbl 4 "Innere Wurzel For(D,1,E,2) If fPart(sqrt(C/D))=0:Goto 1 End "Haelfte erreicht Output(3,16,") "Aeusere Wurzel For(D,D,2,~2) If fPart(C/D^2)=0:Goto 2 End "2^2*3 C->B "Primzahl noch uebrig If G>=1:Goto 3 "Kein Faktor gefunden Lbl 5 ClrHome "Rechenoperationen Disp " Output(1,1,Str3 Output(1,13,E "X= Disp "X= Output(2,3,1 "Wurzel= Disp "xroot </pre>	<pre> While iPart(E/(10^F))!=0 F+1->F End While G>=1 2A->A G-1->G End B2^G->B If fPart(B)>0:Goto 5 If H=1 Then If B=1 Then ~A->A Else ~B->B End End If K!=A^IB Then Disp "Konnte nicht Disp "Berechnet werden Stop End Disp "----- Output(4,17-F,int(E Disp " Output(5,1,"= Output(5,3,A If fPart(1/2)=0 Then Output(6,1,"=~ Output(6,3,A End If B=1:Stop 1->F While iPart(A/(10^F))!=0 F+1->F End Output(5,3+F,"xroot Output(5,5+F,B If fPart(1/2)=0 Then Output(6,3+F,"xroot Output(6,5+F,B End Stop Lbl 4 For(D,1,E,2) If fPart(sqrt(C/D))=0:Goto 1 End Output(3,16,") For(D,D,2,~2) If fPart(C/D^2)=0:Goto 2 End C->B If G>=1:Goto 3 Lbl 5 </pre>	<pre> While G>=1 2A->A G-1->G End B2^G->B If fPart(B)>0:Goto 5 If H=1 Then If B=1 Then ~A->A Else ~B->B End End If K!=A^IB Then Disp "Konnte nicht Disp "Berechnet werden Stop End Disp "----- Disp " Output(5,1,"= Output(5,3,A If fPart(1/2)=0 Then Output(6,1,"=~ Output(6,3,A End If B=1:Stop 1->F While iPart(A/(10^F))!=0 F+1->F End Output(5,3+F,"xroot Output(5,5+F,B If fPart(1/2)=0 Then Output(6,3+F,"xroot Output(6,5+F,B End Stop Lbl 5 </pre>
--	--	--

Output(3,3,Str1 Disp "Kein Faktor Disp "gefunden. Stop "fpert Fehler ausgleich Lbl 6 (iPart(Ixroot(C/D)))+1->A D->B Goto 3 "Zahl zu gross Lbl 8 Pause "Zahl zu gross. Goto 0 "Negative Zahl Lbl 9 Disp "Keine negative Pause "Zahl eingeben. Goto 0 "Keine Nachkommastellen Lbl 10 Disp "Keine Nachkomma- Pause "stellen eingeben Goto 0 "Hilfe Lbl 11 ClrHome Disp "Dieses Programm Disp "zieht die groes- Disp "ste natuerliche Disp "Zahl aus der Disp "Wurzel z.B.: Pause "cuberoort(192)=4*cuberoort(3) Goto 0	Disp "Kein Faktor Disp "gefunden. Stop Lbl 8 Pause "Zahl zu gross. Goto 0 Lbl 9 Disp "Keine negative Pause "Zahl eingeben. Goto 0	Disp "Kein Faktor Disp "gefunden. Stop
---	--	--

Tabelle 17: Programm Editionen / Selbsterstellte Unterlage / 18.10.2017

~ (Tilde) ist im TI84 negatives Vorzeichen (nicht Minus).

$A^{\wedge}2$	=	A2	sqrt(=	$\sqrt{\quad}$
1 E10	=	1E10	cuberoort(=	$\sqrt[3]{\quad}$
_	=	Leerzeichen	10^(=	10^{\quad}

xroot(=	$\sqrt[x]{\quad}$
->	=	\rightarrow

16 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Startbild / Bildschirmaufnahme / 23.12.2017.....	3
Abbildung 2: Ergebnis / Bildschirmaufnahme / 23.12.2017.....	3
Abbildung 3: Speicherplatzverbrauch / Bildschirmaufnahme / 19.12.2017.....	3
Abbildung 4: TI-Graph Link / Selbsterstellte Unterlage / 08.10.2015.....	4
Abbildung 5: TI Connect / Bildschirmaufnahme / 08.10.2015.....	4
Abbildung 6: Gerät auswählen / Bildschirmaufnahme / 08.10.2015.....	4
Abbildung 7: TI DeviceExplorer / Bildschirmaufnahme / 08.10.2015.....	5
Abbildung 8: Sprachauswahl / Bildschirmaufnahme / 24.12.2017.....	5
Abbildung 9: Edition / Bildschirmaufnahme / 24.12.2017.....	5
Abbildung 10: Programm A / Bildschirmaufnahme / 16.09.2015.....	8
Abbildung 11: Programm B / Bildschirmaufnahme / 16.09.2015.....	11
Abbildung 12: Programm C / Bildschirmaufnahme / 17.09.2015.....	12
Abbildung 13: Programm C 44 3 Problem / Bildschirmaufnahme / 17.09.2015.....	13
Abbildung 14: Programm C 4 3 Problem / Bildschirmaufnahme / 17.09.2015.....	13
Abbildung 15: 44 3 Parts Vergleich / Bildschirmaufnahme / 18.09.2015.....	13
Abbildung 16: fPart gibt falschen Wert aus / Bildschirmaufnahme / 18.09.2015.....	13
Abbildung 17: Programm D / Bildschirmaufnahme / 11.10.2015.....	15
Abbildung 18: Programm E 810 3 / Bildschirmaufnahme / 22.09.2015.....	21
Abbildung 19: Programm E 2154 3 / Bildschirmaufnahme / 22.09.2015.....	21
Abbildung 20: Rundungsfehler / Bildschirmaufnahme / 22.09.2015.....	21
Abbildung 21: Programm F 2154 3 / Bildschirmaufnahme / 22.09.2015.....	22
Abbildung 22: Programm F 1709 3 mal 2 / Bildschirmaufnahme / 22.09.2015.....	23
Abbildung 23: Programm G 2154 3 / Bildschirmaufnahme / 22.09.2015.....	24
Abbildung 24: Rundungsfehler 2 / Bildschirmaufnahme / 08.10.2017.....	25
Abbildung 25: Rundungsfehler / Bildschirmaufnahme / 08.10.2017.....	25
Abbildung 26: Programm H 21533 / Bildschirmaufnahme / 08.10.2017.....	29
Abbildung 27: Speicherplatzverbrauch / Bildschirmaufnahme / 19.12.2017.....	30

17 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Programm A / Selbsterstellte Unterlage / 16.09.2015.....	8
Tabelle 2: For- Whileschleife / Selbsterstellte Unterlage / 16.09.2015.....	9
Tabelle 3: Programm B / Selbsterstellte Unterlage / 16.09.2015.....	11
Tabelle 4: Programm C / Selbsterstellte Unterlage / 17.09.2015.....	12
Tabelle 5: Programm D / Selbsterstellte Unterlage / 11.10.2015.....	14
Tabelle 6: Definition der Mengen / Selbsterstellte Unterlage / 29.09.2015.....	15
Tabelle 7: Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division / Selbsterstellte Unterlage / 29.09.2015.....	16
Tabelle 8: Potenz, Wurzel / Selbsterstellte Unterlage / 29.09.2015.....	17
Tabelle 9: Mögliche Ergebnisse bei geradene Zahlen / Selbsterstellte Unterlage / 30.09.2015.....	18
Tabelle 10: Mögliche Ergebnisse bei ungeradene Zahlen / Selbsterstellte Unterlage / 30.09.2015.....	19
Tabelle 11: Programm E / Selbsterstellte Unterlage / 30.09.2015.....	20
Tabelle 12: Programm F / Selbsterstellte Unterlage / 22.09.2015.....	22
Tabelle 13: Programm G / Selbsterstellte Unterlage / 22.09.2015.....	24
Tabelle 14: Rundungsfehler / Selbsterstellte Unterlage / 18.10.2017.....	26
Tabelle 15: Programm H / Selbsterstellte Unterlage / 18.10.2017.....	29
Tabelle 16: Berechnungsdauer der Konkurrenzprogramme / Selbsterstellte Unterlage / 18.10.2017.....	31
Tabelle 17: Programm Editionen / Selbsterstellte Unterlage / 18.10.2017.....	35